Lista de exercícios – Limites e Continuidade de Função

1- Calcule, se existirem, os seguintes limites:

$a)\ \lim_{x\to 1}(x^3-3)$ $b)\lim_{x\to 2}\sqrt{x^4-8}$ $c)\ \lim_{x\to 2}\sqrt{\frac{x^3+2x+3}{x^2+5}}$

$d)\ \lim_{x\to -3}\frac{x^2-9}{x+3}$ $e)\lim_{x\to \frac{1}{3}}\frac{3x^2-x}{3x-1}$ $f)\ \lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x-3}$

2- Calcule o limite, se existir

$a)\ \lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x-2}$ $b)\ \lim_{x\to -4}\frac{x^2+5x+4}{x^2+3x-4}$ $c)\ \lim_{x\to 2}\frac{x^2-x+6}{x-2}$

$d)\ \lim_{x\to 4}\frac{x^2-4x}{x^2-3x-4}$ $e)\ \lim_{t\to -3}\frac{t^2-9}{2t^2+7t+3}$ $f)\ \lim_{x\to -1}\frac{x^2-4x}{x^2-3x-4}$

3- Seja f a função definida por $f(x)=\begin{cases}2x-1 & \text{se} \quad x\neq 2\\ 1 & \text{se} \quad x=2\end{cases}$

a) Encontre $\lim_{x\to 2}f(x)$ e verifique que $\lim_{x\to 2}f(x)\neq f(2)$.

b) Faça um esboço do gráfico de f.

4- Seja f a função definida por $f(x)=\begin{cases}x^2-9 & \text{se} \quad x\neq -3\\ 4 & \text{se} \quad x=-3\end{cases}$

a) Encontre $\lim_{x\to -3}f(x)$ e verifique que $\lim_{x\to -3}f(x)\neq f(-3)$.

b) Faça um esboço do gráfico de f.

5- Calcule os limites aplicando os limites fundamentais.

$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{sen\ 9x}{x}$ $b)\ \lim_{x\to 0}\frac{sen\ 4x}{3x}$ $c)\ \lim_{x\to 0}\frac{sen\ 10x}{sen\ 7x}$

$d)\ \lim_{x\to 0}\frac{tgx}{x}$ $e)\ \lim_{x\to 0}\frac{sen\ 2x}{x}$ $f)\ \lim_{x\to 0}\frac{sen\ 3x}{sen\ 5x}$

6- Determine, caso existam, os seguintes limites:

$a)\ \lim_{x\to\infty}\frac{1}{2x+3}$ $b)\ \lim_{x\to\infty}\frac{3x+5}{x-4}$ $c)\ \lim_{t\to-\infty}\frac{1-x-x^2}{2x^2-7}$

$d)\ \lim_{x\to\infty}\frac{2-3y^2}{5y^2+4y}$ $e)\ \lim_{x\to\infty}\frac{x^3+5x}{2x^3-x^2+4}$ $f)\ \lim_{t\to-\infty}\frac{t^2+2}{t^3+t^2-1}$

7- Determine, caso existam, os seguintes limites:

$a)\ \lim_{x\to 0^+}\left(3-\sqrt{x}\right)$ $b)\ \lim_{x\to 1^+}\sqrt{x^2-1}$ $c)\ \lim_{x\to-5}\frac{x-5}{|x-5|}$ $d)\ \lim_{x\to 5}\frac{x-5}{|x-5|}$

$e)\ \lim_{x\to 2^-}\frac{1}{\sqrt{2-x}}$ $f)\ \lim_{x\to-2}\frac{1}{\sqrt{2-x}}$ $g)\ \lim_{x\to-2}\frac{2-x}{\sqrt{x-2}}$ $h)\ \lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$

8- Seja $f(x)=\begin{cases} -x-1 & se \quad x\le -1 \\ x^2-1 & se \ -1< \ x\le 1 \\ 2 & se\ x>1 \end{cases}$ f é contínua em $x=1$? Em $x=2$? Em $x=-3$?

9- Seja $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & \text{se} \quad x\le 4 \\ 7+\frac{16}{x} & se \quad x>4 \end{cases}$ f é contínua em $x=4$?

10- Seja $f(x)=\begin{cases} \frac{3}{x-1} & \text{se} \quad x\neq 1 \\ 3 & se \quad x=1 \end{cases}$ f é contínua em $x=1$?

11- Analise a continuidade das seguintes funções

$$a)\ f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+2}, & x \neq -2 \\ 1 & x = -2 \end{cases} \quad b)\ f(x) = x^3 - 2x + 3 \quad c)\ f(x) = \frac{x}{x^2-1}$$

12- Encontre um valor para a constante k, se possível, para que a função seja contínua para todo $\mathrm{x} \in \mathrm{R}$.

$$a) f(x) = \begin{cases} 7x-2 & se \quad x \leq 1 \\ kx^2 & se \quad x > 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} kx^2 & se \quad x \leq 2 \\ 2x+k & se \quad x > 2 \end{cases}$$

13 - É sabido que a velocidade v(t) de uma gota de chuva em queda livre é dada por: $v(t) = v_f \left(1 - e^{-gt/v_f}\right)$, onde g é a aceleração gravitacional (9,8m/s²) e v_f é a velocidade final da gota. Se uma gota de chuva cai de uma altura muito alta, a ponto de que o tempo até ela chegar ao solo possa ser considerado como infinito, então, v(t) quando $t \to \infty$ é dado por:

(A) $+\infty$

(B) $-\infty$

(C) 0

(D) v_f

14 - Um fazendeiro tem 1200m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa de cerca ao longo do rio. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?

(A) 300 x 600 (metros)
(B) 200 x 500 (metros)
(C) 100 x 400 (metros)
(D) 300 x 500 (metros)

15 - O protótipo de um veículo esta sendo testado e sua velocidade no tempo x é dada pela função abaixo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} & se\ 0 \leq x < 2 \\ ax^2 - bx + 3 & se\ 2 \leq x < 3 \\ 2x - a + b & se\ \ x \geq 3 \end{cases}$$

Os engenheiros do protótipo desejam que a velocidade apresente um comportamento de uma função contínua, ou seja, que ela não mude abruptamente em um determinado tempo. Neste caso, os valores de a e b que tornam a função **f** contínua, são:

(A) $a = \frac{1}{2}$ e $b = -\frac{1}{2}$

(B) $a = -\frac{5}{2}$ e $b = -\frac{11}{2}$

(C) $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{2}$

(D) $a = -\frac{5}{2}$ e $b = \frac{9}{2}$

16 - O custo em milhões de reais para uma agência governamental apreender x% de uma droga ilegal é

$C = \frac{528x}{100-x}, 0 \leq x < 100$.

A interpretação do significado do limite de C quando $x \to 100^{-}$ é:

(A) O custo C torna-se cada vez maior.

(B) O custo C torna-se cada vez menor.

(C) O custo C tende para o valor 52800 milhões.

(D) O custo C tende a zero.

Respostas

1)$a) -2$ $b) 2\sqrt{2}$ $c) \frac{\sqrt{15}}{3}$ $d) -6$ $e) \frac{1}{3}$ $f)$ 27

2)a) 5 b)$\frac{3}{5}$ c) não existe d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{6}{5}$ f) não existe

3) $a)\ \lim_{x\to 2} f(x) = 3 \neq f(2) = 1.$

4) $a)\ \lim_{x\to -3} f(x) = 0 \neq f(-3) = 4.$

5) $a)$ 9; $b)\ \frac{4}{3}$; $c)\ \frac{10}{7}$; $d)$1; $e)$ 2; $f)\ \frac{3}{5}$

6) a) 0 b)3 c) $-\frac{1}{2}$ d) $-\frac{3}{5}$ e) $\frac{1}{2}$ f)0

7) a) 3 b)0 c) -1 d)$\nexists$ e) $+\infty$ f) $\frac{1}{2}$ g)$\nexists$ $h)\ \frac{\sqrt{3}}{6}$

8) f não é contínua em $x = 1$. Já em $x = 2$ e $x = -3$ ela é contínua.

9) Sim, f é contínua.

10) f não é contínua.

11)$a)$ não é contínua $b)$ é continua $c)$ não é continua

12)$a)$5 $b)\ \frac{4}{3}$

13. D

14. A

15. C

16. A