



UNIVERSIDADE FEDERAL  
DO RIO DE JANEIRO

**TEORIA DE VALORES EXTREMOS E CONTRATOS CATASTRÓFICOS DE  
RESSEGURO DE VIDA**

VINÍCIUS BRUM GUERRA GOMES

**Orientadora:** Prof. Thais Cristina Oliveira da Fonseca, DSc

Rio de Janeiro

Julho/2018

Resumo de Projeto apresentado à UFRJ como parte dos requisitos necessários para a conclusão do curso de Pós-Graduação em Atuária.

## TEORIA DOS VALORES EXTREMOS E CONTRATOS CATASTRÓFICOS DE RESSEGURO DE VIDA

Vinícius Brum Guerra Gomes

Julho/2018

Orientador: Prof. Thais Cristina Oliveira da Fonseca, DSc

Curso: Pós-graduação – Especialização em Atuária

Contratos de resseguro catastrófico são uma peça fundamental para o desenvolvimento de estratégias de proteção consistente com as melhores práticas de gerenciamento de riscos. No entanto, a estimação do preço adequado para contratos deste tipo é uma tarefa desafiadora, tendo em vista a qualidade dos dados que geralmente são repassados ao mercado de resseguro por parte das cedentes contratantes. Além disso, a quantidade de parâmetros a serem considerados contrasta com um mercado que anseia por soluções aplicáveis e práticas. Sendo assim, este trabalho buscará avaliar duas alternativas de precificação dos contratos catastrófico de vida, e avaliará a aplicabilidade de ambas, considerando ainda a sensibilidade dos parâmetros a serem modelados em cada caso. Finalmente, serão apresentadas as conclusões a respeito das vantagens e desvantagens de cada modelo, além de sugestões para próximos trabalhos de mesmo fim.

Palavras-chave: Catástrofe, resseguro, sinistro, Pareto, modelagem.

Abstract of Project presented to UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the completion of the Actuarial Postgraduate course.

## TEORIA DOS VALORES EXTREMOS E CONTRATOS CATASTRÓFICOS DE RESSEGURO DE VIDA

Vinícius Brum Guerra Gomes

July/2018

Advisor: Prof. Thais Cristina Oliveira da Fonseca, DSc

Course: Postgraduate – Actuarial Specialization

Catastrophic reinsurance contracts are a key piece in developing protection strategies consistent with best risk management practices. However, estimating the appropriate price for contracts of this type is a challenging task in view of the quality of the data generally that is generally passed to the reinsurance market by the contracting cedents. In addition, the number of parameters to be considered contrasts with a market that longs for applicable and practical solutions. Therefore, this work will seek to evaluate two alternatives for pricing of catastrophic life contracts, and will evaluate the applicability of both, considering also the sensitivity of the parameters to be modeled in each case. Finally, conclusions will be presented regarding the advantages and disadvantages of each model, as well as suggestions for the next studies of the same purpose.

Keywords: Catástrofe, resseguro, sinistro, Pareto, modeling.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>6</b>
<b>2. OBJETIVO</b>	<b>8</b>
<b>3. RESSEGURO</b>	<b>9</b>
3.1. Tipos de Contrato de Resseguro	9
3.2. Parametrização de contratos CATXL	14
<b>4. BASE DE DADOS E ANÁLISE EXPLORATÓRIA</b>	<b>17</b>
<b>5. METODOLOGIA E MODELAGEM</b>	<b>22</b>
5.1. Modelo de Bargarry e Nefussi	22
5.2. Modelo de Ekheden e Hössjer	27
<b>6. CONCLUSÕES</b>	<b>37</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>40</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Classificação dos contratos automáticos de resseguro.	10
Figura 2 – Efeitos de contratos QP e ER sobre as perdas da seguradora.	11
Figura 3 – Efeitos de contratos WXL e CATXL sobre as perdas da seguradora.	13
Figura 4 – O modelo de Pareto: análise de sensibilidade do parâmetro $\alpha$ .	23
Figura 5 – Teste QQ-plot para diferentes limiares segundo o modelo GPD.	34
Figura 6 – Teste QQ-plot em limiares inferiores e com dados segregados por país.	35
Figura 7 – Ajuste do modelo GPD aos excessos amostrais.	36

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Segmentação de dados por grupo e subtipo.	18
Tabela 2 – Países com maior número de ocorrências.	19
Tabela 3 – Países com maior número de mortes.	19
Tabela 4 – Mortes e Ocorrências por Grupo de Desastre - <i>Haiti</i> e <i>Myanmar</i> .	20
Tabela 5 – Relação OP x RP – Experiência de uma resseguradora hipotética.	25
Tabela 6 – Impacto dos parâmetros $(OP, \alpha)$ sobre o prêmio de risco.	25
Tabela 7 – Intensidade de catástrofes – Média $[\lambda_m]$ e Variância $[\widehat{var}(\hat{Y}_m)]$ .	31
Tabela 8 – Testando a Distribuição de Poisson para grupos e tipos de desastres na China.	32

## 1. INTRODUÇÃO

Os contratos de resseguro são um importante instrumento de transferência de riscos das seguradoras (cedentes) para as resseguradoras. Através do resseguro, a cedente pode aumentar a sua capacidade de assumir riscos de grande porte e estabilizar a sua sinistralidade de maneira consistente e sustentável.

O resseguro é ainda um importante instrumento financeiro para as seguradoras, uma vez que pode proporcionar o alívio de capital regulatório e o financiamento de novas operações, através da transferência direta de riscos e do adiantamento de recursos financeiros, respectivamente. Mas dentre todas as utilidades que o resseguro possui, uma merece especial atenção em função de sua relevância para a continuidade das operações das seguradoras: a proteção contra eventos catastróficos.

De maneira bastante particular, os contratos catastróficos de resseguro (também conhecidos como contratos de Excesso de Danos por Evento (ou *Catastrophe Excess of Loss – CATXL*) representam uma camada de proteção contra eventos que, embora geralmente estejam associados a uma pequena probabilidade de ocorrência, possuem uma severidade muito ampla. No caso específico do resseguro de vida, os contratos catastróficos são desenhados para proteger as seguradoras contra eventos onde uma quantidade mínima de vidas é afetada.

No entanto, devido à raridade de tais eventos catastróficos, a precificação de um contrato do tipo CATXL tende a ser muito complexa.

Ao contrário dos demais tipos de contrato de resseguro, onde muitas vezes a resseguradora possui observações suficientes para estimar os parâmetros de modelos tradicionais de precificação (como o *burning cost*, por exemplo), nos contratos catastróficos a cotação tende a ser gerada a partir de aproximações e da exposição inerente ao próprio contrato.

Diante do cenário de dificuldade associada à precificação de contratos do tipo CATXL, a indústria de resseguros tem dedicado esforços ao desenvolvimento de soluções que busquem solucionar este problema através de duas principais frentes de atuação: (1) o desenvolvimento de novos modelos com capacidade de abranger um número maior de parâmetros contidos nos contratos de resseguro catastrófico e (2) a criação de bases para acompanhamento e controle de eventos catastróficos ocorridos ao longo dos anos, o que promove a eficiência e auxilia o processo de atualização de tais modelos.

Tendo como base esta necessidade do mercado de seguro e resseguro e inspirando-se nos recentes trabalhos voltados para este fim, este estudo irá revisar dois modelos que foram sugeridos nos últimos anos como aproximações razoáveis para este problema. O primeiro é uma extrapolação do modelo de Pareto proposto por Bargarry e Nefussi (2010), onde o parâmetro Ponto de Observação (*Observation Point – OP*) é estimado a partir da exposição contratual da resseguradora e da produção de prêmio estimada para a seguradora durante o período do contrato CATXL. Trata-se de uma abordagem mais genérica ao problema de precificação de um contrato CATXL, tendo em vista que este modelo não é dedicado aos contratos de resseguro catastrófico de vida.

Por outro lado, o segundo modelo consiste em uma combinação entre os modelos POT (*Peaks Over Threshold*) e Beta-Binomial para estimar a quantidade de mortos por evento catastrófico e a proporção de mortos segurados por evento, respectivamente, conforme proposto por Ekhedden e Hössjer (2014). Embora traga etapas adicionais ao processo de estimação, tal modelo tem como objetivo tratar diretamente dos parâmetros envolvidos na cotação de um contrato CATXL.

As próximas seções deste trabalho contextualizam a dinâmica do mercado de resseguro catastrófico dentro do universo dos demais contratos de resseguro automático, além de identificar os principais parâmetros contemplados na formalização de tais contratos. Em seguida, serão definidos os detalhes da metodologia dos dois modelos de precificação propostos, bem como a base de dados utilizada para testar a aplicabilidade do modelo de Ekhedden e Hössjer. Por fim, serão apresentados os resultados esperados com a aplicação de tais modelos, além de uma análise de sensibilidade dos parâmetros envolvidos e de contribuições para trabalhos futuros de mesmo fim.

## 2. OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo explorar soluções direcionadas aos desafios de precificação dos contratos catastróficos de resseguro de vida, também identificados como CATXL. Para isso, será realizada uma contextualização a respeito do papel e da importância dos CATXL no painel de instrumentos contratuais de proteção oferecidos pelo mercado de resseguro às seguradoras. Em seguida, serão apresentados dois modelos de precificação dos contratos catastróficos: Bargarry e Nefussi (2010) e Ekheden e Hössjer (2014). A apresentação de cada um dos modelos conterá uma análise exploratória das estratégias de modelagem e da sensibilidade dos parâmetros envolvidos na precificação. Para o modelo de Ekheden e Hössjer, serão utilizados os dados de 2007 a 2017 fornecidos pela plataforma da EM-DAT (*The Emergency Events Database*), que contém informações sobre os diversos tipos de desastres ocorridos e as respectivas mortes provocadas. Por fim, serão detalhadas as conclusões a respeito da aplicabilidade de tais modelos no cotidiano do mercado ressegurador.

### 3. RESSEGURO

A compreensão do papel de um contrato de Excesso de Danos por Catástrofe em um programa de resseguro é uma etapa fundamental para o processo de precificação deste tipo de contrato. A ordem de recuperação dos contratos de resseguro, a prioridade e a retenção de cada tipo de contrato, os limites monetários à exposição da resseguradora e o tempo de vigência são apenas alguns critérios que regem esta importante relação contratual entre seguradoras e resseguradoras.

Sendo assim, antes de avançar para as etapas de modelagem e precificação dos contratos CATXL, será apresentada uma visão geral a respeito dos tipos de contrato de resseguro e suas particularidades. Também será destacado o papel dos contratos catastróficos neste panorama e serão identificados os parâmetros particulares deste tipo de contrato.

Em seguida, serão apresentados os detalhes referentes à base EM-DAT, desenvolvida pelo *Centre for Research on the Epidemiology of Disasters* (CRED) em 1988, e utilizada por este trabalho para o teste de precificação. Para este teste serão aplicados dois modelos: Bargarry e Nefussi (2010) e Ekheden e Hössjer (2014). Nesta etapa, também será realizada a associação entre os parâmetros de tais modelos e as especificações contratuais de um CATXL.

Por fim, serão apresentados os resultados da aplicação dos modelos, além de uma análise de sensibilidade dos parâmetros sobre os preços de um contrato CATXL.

#### 3.1 Tipos de Contrato de Resseguro

Os contratos de resseguro podem assumir diferentes formatos, de acordo com as necessidades particulares de cada seguradora e de cada portfólio objeto de proteção. Cada tipo de contrato possui vantagens e desvantagens que devem ser exploradas de forma a otimizar a relação risco-retorno para a seguradora e a resseguradora garantindo o equilíbrio técnico para ambas as partes.

A seguir, a Figura 1 traz uma representação dos tipos de contrato de resseguro que são adotados pela indústria de seguros. Em seguida são apresentadas com brevidade as peculiaridades de cada tipo de contrato.

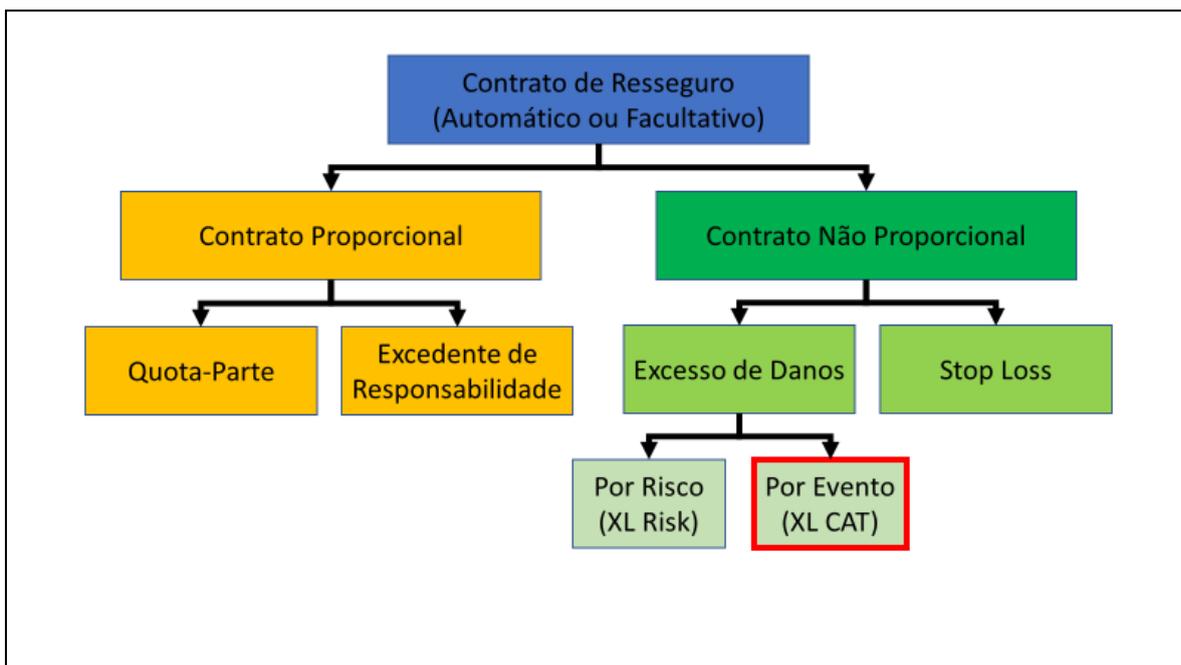


Figura 1 – Classificação dos contratos automáticos de resseguro.

Fonte: <http://www.tudosobreseguros.org.br/>.

Como pode ser observado na figura anterior, os contratos de resseguro possuem duas classes: contratos proporcionais e não proporcionais. A principal diferença entre tais classes está na forma como o ressegurador irá fornecer proteção para os riscos incorridos pela cedente. Abaixo destacamos as principais características de cada classe e seus tipos:

Resseguro Proporcional: Nos contratos proporcionais do tipo quota-parte (QP), o ressegurador participa em todos os riscos da carteira da cedente com um percentual previamente acordado entre as partes. Os percentuais que definem esta relação são chamados de percentual de retenção (correspondente à responsabilidade da seguradora) e percentual de cessão (correspondente à responsabilidade da resseguradora) (CASS, KENSICKI, PATRIK e REINARZ, 2002).

Além disso, como é de costume nos contratos proporcionais, o ressegurador estipula um limite máximo de perda por ocorrência. Desta maneira, os contratos de quota-parte constituem uma boa alternativa para seguradoras que estejam iniciando uma operação de seguros, tendo em vista que a participação do ressegurador em todos os riscos subscritos garante uma redução mais efetiva do capital mínimo exigido pelo órgão regulador responsável. Também representam uma eficaz alternativa para seguradoras que tenham a intenção finalizar suas operações em determinados mercados, uma vez que os contratos QP permitem a cessão de 100% dos prêmios

ganhos ao ressegurador, o que garante a isenção de responsabilidade da cedente neste caso.

Os contratos proporcionais de excedente de responsabilidade (ER) garantem a participação do ressegurador em riscos cujo capital seja superior a um limite monetário previamente acordado entre as partes (o limite de retenção). Assim, fica definido que o percentual de participação do ressegurador em cada risco será dado pela proporção entre a parcela do capital que cabe ao ressegurador e o capital total segurado. O contrato de excedente de responsabilidade representa uma importante alternativa para seguradoras interessadas em alívio de capital, mas que tenham interesse em manter riscos de menor importância segurada integralmente sob sua responsabilidade. (CASS, KENSICKI, PATRIK e REINARZ, 2002).

A figura 2 abaixo, ilustra o efeito dos contratos proporcionais sobre um cenário simulado de 5 sinistros, onde o contrato QP possui uma relação retenção/cessão de 50%/50% com capacidade de BRL 300.000 e o contrato ER possui uma retenção de BRL 150.000 com a mesma capacidade de 300.000 (retenção = 50% \* Capacidade).

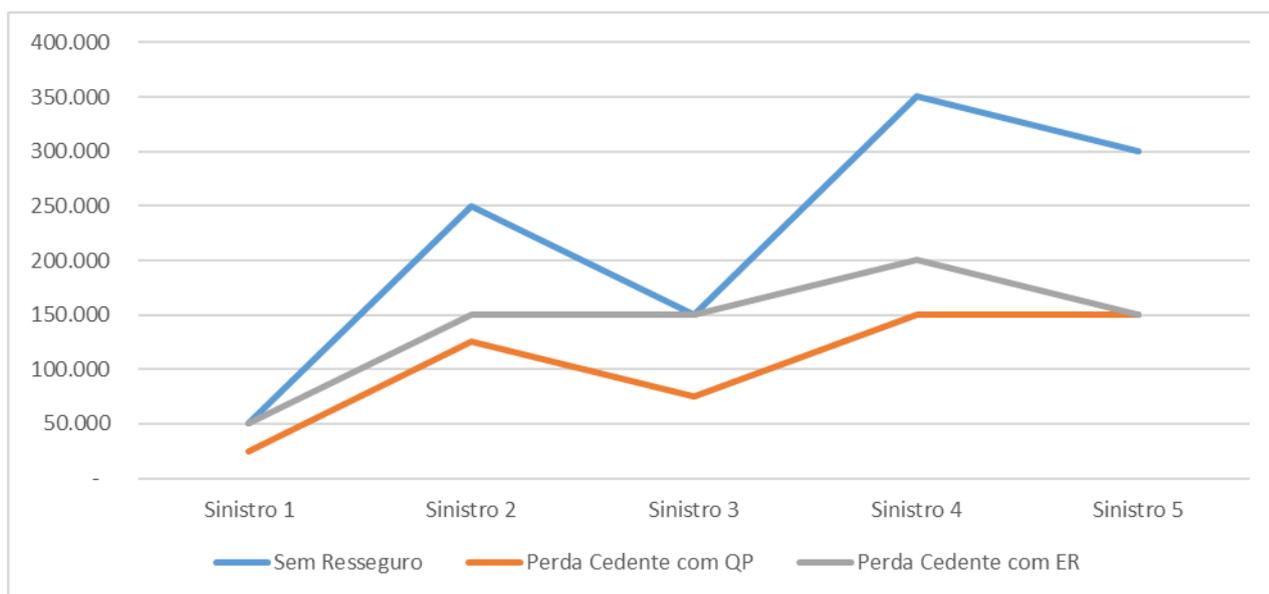


Figura 2 – Efeitos de contratos QP e ER sobre as perdas da seguradora.

Fonte: Adaptado de MUNICH RE (2010, p.17 e p.21).

Como pode ser observado, o contrato QP reduz o nível dos sinistros retidos pela cedente, mas não altera o comportamento da curva (deslocamento para baixo). Na prática, isso significa dizer que, supondo uma precificação idêntica entre seguradora e resseguradora, a sinistralidade (sinistros/prêmios) observada pela cedente não sofrerá alteração, o que comprova a menor eficiência de tais contratos para tratar da volatilidade

da carteira.

O contrato do tipo ER, por outro lado, apresenta uma maior capacidade de estabilização dos sinistros retidos, tendo em vista o achatamento da curva. No entanto, a retenção estabelecida para este caso (50% da capacidade do contrato mantém boa parte dos riscos sobre a responsabilidade da seguradora, o que é representado pelo nível mais alto da curva.

Resseguro Não Proporcional: Nos contratos não proporcionais do tipo excesso de danos (por risco ou catastróficos) o ressegurador fica responsável por valores de sinistros que ultrapassem o valor monetário previamente acordado (isto é, a prioridade contratual) e que sejam inferiores à capacidade previamente acordada para o contrato de resseguro. Nesta modalidade, a resseguradora não participa com um percentual sobre cada um dos riscos subscritos pela seguradora, mas oferece uma capacidade máxima que poderá ser utilizada pela cedente ao longo do período de vigência.

Os contratos não proporcionais do tipo excesso de danos (ED), podem representar uma proteção para riscos individuais (XL Risk ou WXL) ou para riscos aglutinados em um mesmo evento (XL Cat ou CATXL), ou seja, os contratos do tipo WXL garantem que a seguradora poderá realizar recuperações para cada risco ressegurado de maneira individualizada, enquanto que os contratos CATXL garantem uma recuperação para situações onde um mesmo evento provoque múltiplos sinistros.

No caso do resseguro automático de vida do tipo CATXL, um evento é definido como uma ocorrência onde uma quantidade mínima de vidas é afetada. A quantidade de vidas a ser considerada pode variar de contrato para contrato, mas é uma razoável prática de mercado considerar um gatilho de ao menos 3 vidas involucradas (EKHEDEN e HÖSSJER, 2014).

Vale ressaltar que, caso a seguradora possua um programa de resseguro com um contrato por risco (WXL) e outro por evento (CATXL), ela poderá realizar recuperações de um mesmo evento em ambos os contratos, desde que sejam observados os parâmetros de exposição e de participação de cada resseguradora nos riscos sinistrados. Isso significa dizer que os contratos do tipo CATXL representam uma camada adicional de proteção para as cedentes, que poderão reduzir a sua exposição para situações extremas, onde um acúmulo de sinistros decorre de evento catastrófico pode ocorrer.

Para ilustrar a importância da atuação conjunta de contratos WXL e CATXL, a figura 3 abaixo simula a ocorrência de 5 sinistros. Para fins desta simulação, todos os sinistros consideraram ao menos 2 vidas involucradas. No entanto, apenas os sinistros 2 e 5 apresentam uma quantidade de vidas afetada superior a um gatilho de 3 vidas.

Além disso, o exercício considera uma seguradora que tenha adquirido um contrato WXL, com prioridade de BRL 500.000 e limite de recuperação de BRL 2.500.000, e um contrato CATXL, com prioridade de BRL 3.000.000 e limite de recuperação de BRL 2.000.000. Para facilitar a ilustração, foi considerado o mesmo valor de exposição segurada para cada vida (BRL 1.000.000 por vida).

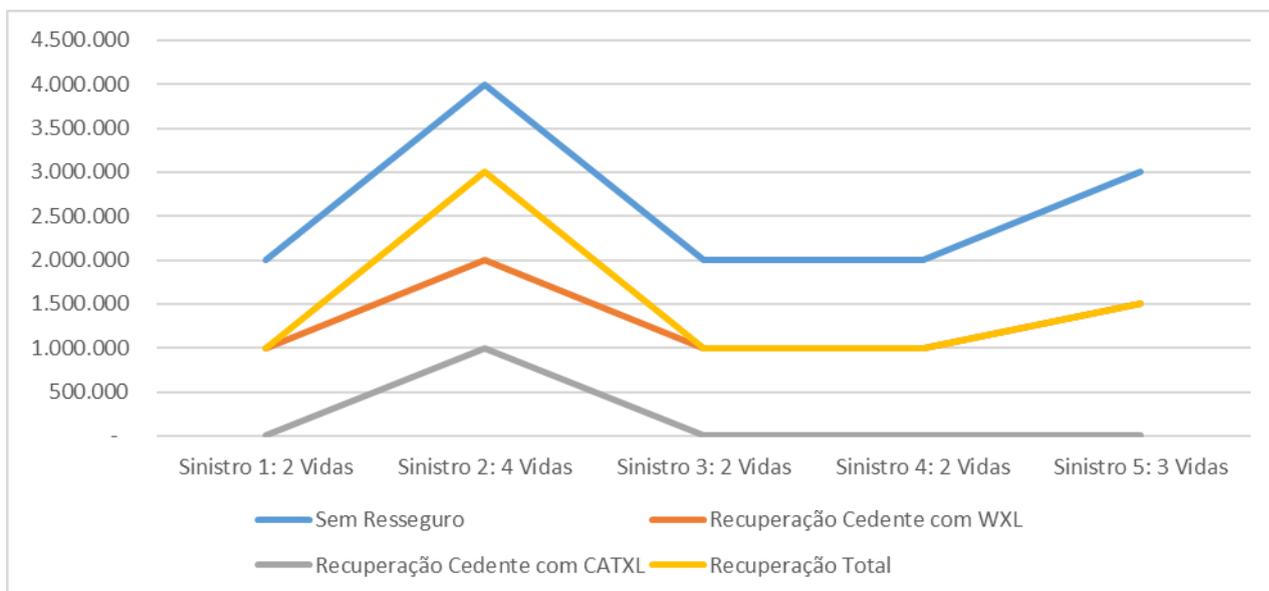


Figura 3 – Efeitos de contratos WXL e CATXL sobre as perdas da seguradora.

Fonte: Adaptado de MUNICH RE (2010, p.23, p.24 e p.25).

Como pode ser observado, o contrato CATXL, representa uma camada adicional de proteção que se aplica a partir da capacidade do contrato WXL. Além disso, esta camada só é acionada quando atingido o número mínimo de vidas definido em contrato (neste caso, 3 vidas) e quando superado o limite estabelecido para a prioridade contratual (neste caso, a prioridade do CATXL é de BRL 3.000.000). Isto fica evidenciado quando são comparados os sinistros 2 e 5 (únicos casos onde quantidades de vidas envolvidas é maior que 3). Embora o contrato WXL tenha sido acionado em todos os sinistros, apenas no sinistro 2 permite à cedente acionar o contrato CATXL. Isto ocorre pois, neste caso, a perda total apresentada pelo evento é de BRL 4.000.000, o que supera a prioridade do CATXL. Neste caso, a seguradora realizará recuperações vida a vida no contrato WXL ( $[BRL 1.000.000 - BRL 500.000] * 4$  vidas) e por evento no contrato CATXL ( $BRL 4.000.000 - BRL 3.000.000$ ).

Como pôde ser observado, na prática, o efeito de um CATXL no resultado final da cedente é determinado pelos parâmetros que definem o âmbito de atuação e a amplitude de recuperação de tal contrato. Sendo assim, a próxima seção avança sobre

a parametrização dos contratos CATXL, definindo os principais tópicos que garantem a proteção da cedente e limitam a exposição das resseguradoras. Esta é uma etapa crucial para a identificação dos modelos de Bargarry e Nefussi (2010) e Ekheden e Hössjer (2014) que serão abordados neste trabalho.

### 3.2 Parametrização de contratos CATXL

Dentre os principais parâmetros que definem o escopo de um contrato CATXL, destacam-se<sup>1</sup>:

- (a) **Vigência** – a vigência corresponde ao limite temporal que é estabelecido para a responsabilidade dos contratos automáticos de resseguro. Em geral, para contratos CATXL do ramo de vida, os contratos apresentam vigência de 1 ano, sendo renovados ao final de cada período.
- (b) **Base de Cessão** – os contratos automáticos de resseguro podem ser do tipo *loss occurrence* ou *risk attaching*. O primeiro limita a responsabilidade da resseguradora aos sinistros ocorridos durante a vigência contratual. O segundo determina que os sinistros subscritos durante a vigência contratual permaneçam sobre a responsabilidade do resseguradora.
- (c) **Prioridade** – a prioridade representa a responsabilidade financeira que permanece sobre a responsabilidade da seguradora contratante.
- (d) **Limite (ou faixas)** – o limite contratual representa a exposição máxima do ressegurador diante da ocorrência de um sinistro. Em geral, o limite é definido como um valor em excesso à prioridade do contrato automático de resseguro. O limite pode ainda ser dividido em várias faixas, onde cada faixa possui uma cotação diferenciada.
- (e) **Quantidade mínima de vida involucradas** – um sinistro catastrófico de vida é usualmente definido como um sinistro onde uma quantidade mínima de vidas é acidentalmente impactada por um mesmo evento.
- (f) **Reintegração** – por vezes, a seguradora poderá solicitar reintegrações para os limites contratados. Nesta situação, caso ocorram sinistros catastróficos que afetem o contrato, a seguradora receberá uma reintegração do(s) limite(s) contratado(s), isto é, o limite é reestabelecido conforme a

---

<sup>1</sup> As definições dos parâmetros seguem o glossário da Munich Re (2010) e as definições constantes no livro “Práticas de Resseguro” (2002).

seguradora recupera sinistros no contrato. Faixas diferentes podem ter quantidades de reintegrações diferentes.

- (g) **Limite Agregado Anual (LAA)** – o LAA, representa o limite máximo de recuperação do contrato no horizonte de 1 ano. Na maioria dos casos, é uma alternativa à reintegração.
- (h) **Gross Net Premium Income (GNPI)** – É uma projeção da parcela do Prêmio Emitido da seguradora que irá gerar exposição para o contrato CATXL. O GNPI é utilizado como um indicador base para a cotação dos contratos automáticos de resseguro de vida, sobre o qual é aplicada a taxa de ajustamento para fins de cálculo do PMD.
- (i) **Taxa de Ajustamento** – A taxa de ajustamento é o cerne da cotação de resseguro, uma vez que representa a taxa a ser aplicada sobre o GNPI para que seja obtido o prêmio do contrato de resseguro. Ao final do contrato, calcula-se o prêmio emitido pela cedente durante a vigência contratual e aplica-se a taxa de ajustamento para averiguar o prêmio final de resseguro. Caso o prêmio final seja superior ao prêmio acordado no momento da formalização contratual (PMD), a cedente deverá repassar a diferença para a resseguradora, como uma compensação pela exposição adicional que foi gerada e não considerada no momento da cotação. Caso o prêmio final de resseguro seja inferior ao PMD, nenhum ajuste é aplicado.
- (j) **Prêmio Mínimo de Depósito (PMD)** – o PMD representa o valor de prêmio fixado no momento da formalização contratual entre a seguradora e a resseguradora. Funciona como um adiantamento do prêmio estimado para o contrato e deverá ser ajustado de acordo com produção efetivamente produzida pela seguradora durante a vigência contratual, o que só poderá ser observado ao final do contrato. O PMD é definido conforme a métrica abaixo:

$$PMD = [Taxa\ de\ ajustamento] * [GNPI] * (\%PMD)$$

- (k) **Prêmio de Ajustamento** – o prêmio de ajustamento representa a diferença de prêmio a ser repassada pela cedente para a resseguradora ao final da vigência do contrato, caso a produção da cedente (representada pelo GNPI) seja superior ao valor estimado no momento da cotação.
- (l) **Rate on Line (RoL)** – O RoL representa uma outra forma de definir a precificação de um contrato excesso de danos. O RoL é identificado como a

relação entre o prêmio calculado para o contrato automático de resseguro e o limite contratual. A equação para o cálculo do RoL é ilustrada abaixo, podendo ser calculado o RoL do contrato ou de apenas uma faixa contratual:

$$RoL_f = \frac{[Taxa\ de\ ajustamento_f] * [GNPI] * (\%PMD_f)}{Limite\ da\ faixa\ f}$$

- (m) **Exclusões** – Como em qualquer contrato de resseguro, os contratos CATXL apresentam exclusões para determinados riscos. As cláusulas de exclusões são de grande importância para a limitação da exposição do ressegurador em um contrato, uma vez que garantem a utilização do contrato apenas em eventos considerados pela precificação. É importante observar que, cada companhia possui seus próprios *guidelines* de subscrição onde são definidas as exclusões obrigatórias e opcionais.

Definidos os principais parâmetros que compõem um contrato automático de resseguro de vida do tipo CATXL, serão apresentados os detalhes técnicos da base de dados adotada para a modelagem e precificação de um contrato hipotético de resseguro do tipo CATXL.

#### 4. BASE DE DADOS E ANÁLISE EXPLORATÓRIA

Com o objetivo de realizar um exercício de precificação a partir do modelo de Ekhedén e Hössjer (2014), foi utilizada a Base de Dados de Eventos Emergenciais (do inglês, *Emergency Events Database*, EM-DAT)<sup>2</sup>.

A EM-DAT foi criada pelo *Centre for Research on the Epidemiology of Disasters* (CRED) em 1988 com o apoio da Organização Mundial da Saúde (OMS) e do Governo Belga. Esta base contém mais de 22.000 desastres reportados desde 1900 até os dias de hoje. A base de dados é atualizada através de fontes diversas, incluindo as agências da Nações Unidas, organizações não-governamentais, seguradoras, institutos de pesquisa e agências de imprensa<sup>3</sup>.

Vale mencionar que, para a EM-DAT, os desastres são definidos como os eventos que sobrecarregam a capacidade local, necessitando de um pedido de assistência externa a nível nacional ou internacional. São eventos imprevistos e súbitos que causam grandes danos, destruição e sofrimento humano, podendo ser causados pela natureza ou pelo próprio homem.

Para fins do exercício proposto por este trabalho, serão utilizados os dados de eventos ocorridos entre janeiro de 2007 até dezembro de 2017, isto é, um horizonte de ocorrências de 10 anos. No total, foram coletados 6.595 dados de ocorrências que são segregados por evento e possuem a contagem de mortes de cada evento identificado. Além disso, são diferenciados segundo o tipo e o subtipo da ocorrência. A Tabela 1 apresentada a seguir traz esta segmentação.

---

<sup>2</sup> EM-DAT: The Emergency Events Database - Université catholique de Louvain (UCL) - CRED, D. Guha-Sapir - [www.emdat.be](http://www.emdat.be), Brussels, Belgium.

<sup>3</sup> Informações fornecidas pelo site do EM-DAT (<https://www.emdat.be/>).

Tabela 1 – Segmentação de dados por grupo e subtipo.

Grupo e Subtipo de Ocorrências	Qtidade Ocorrências	Total de Mortes
<b>Biological</b>	<b>329</b>	<b>53.117</b>
--	9	234
Bacterial disease	158	29.884
Viral disease	162	22.999
<b>Climatological</b>	<b>280</b>	<b>20.986</b>
--	19	114
Drought	176	20.043
Forest fire	57	427
Land fire (Brush, Bush, Pastur	28	402
<b>Complex Disasters</b>	<b>5</b>	<b>-</b>
--	4	-
Famine	1	-
<b>Extra-Terrestrial</b>	<b>1</b>	<b>-</b>
--	1	-
<b>Geophysical</b>	<b>330</b>	<b>353.442</b>
--	5	73
Ash fall	39	392
Avalanche	1	16
Ground movement	264	331.524
Landslide	3	94
Lava flow	2	-
Rockfall	3	119
Tsunami	13	21.224
<b>Hydrological</b>	<b>1.937</b>	<b>69.507</b>
--	258	6.834
Avalanche	25	1.085
Coastal flood	18	249
Flash flood	266	9.173
Landslide	156	7.520
Mudslide	8	1.761
Riverine flood	1.203	42.757
Rockfall	3	128
<b>Meteorological</b>	<b>1.327</b>	<b>248.514</b>
--	23	385
Cold wave	130	5.337
Convective storm	427	5.619
Extra-tropical storm	68	805
Heat wave	48	67.533
Severe winter conditions	43	2.010
Tropical cyclone	588	166.825
<b>Technological</b>	<b>2.386</b>	<b>74.310</b>
--	9	278
Air	194	6.876
Chemical spill	14	46
Collapse	139	5.398
Explosion	218	6.912
Fire	216	5.371
Gas leak	9	69
Oil spill	4	1
Other	114	5.378
Poisoning	5	250
Rail	99	2.243
Road	854	18.260
Water	511	23.228
<b>TOTAL</b>	<b>6.595</b>	<b>819.876</b>

Fonte: EM-DAT (2007 a 2017).

Como pode ser observado na Tabela 1, o grupo que contempla o maior número de ocorrências é o tecnológico, isto é, o grupo que representa os desastres provocados pela ação humana. No entanto, vale destacar que este não é o grupo com o maior número de mortes ocorridas. O maior número de ocorrências está concentrado no subtipo “*Road*”, que representa os desastres provocados em estradas e rodovias. O segundo subtipo com maior número de ocorrências neste grupo é o “*Water*”, que também é o subtipo com maior número de mortes, o que ilustra a gravidade de acidentes deste tipo.

Por outro lado, o grupo com maior quantidade de mortes é o Geofísico, que representa ameaças naturais originadas a partir de terra firme. No total, são 353.442 mortes estando a maioria delas (cerca de 93,8%) concentradas em torno de eventos de subtipo terremoto.

Os dados do EM-DAT possuem ainda uma segregação por país. Nas Tabela 2 e 3 abaixo é possível verificar os países com maior número de ocorrências e aqueles que apresentaram o maior número de mortes para o período selecionado (2007-2017).

Tabela 2 – Países com maior número de ocorrências.

País	Qtidade Ocorrências	Total de Mortes	% Ocorrências	% Mortes
China	578	110.616	8,76%	13,49%
India	335	29.803	5,08%	3,64%
United States of America (the)	290	3.779	4,40%	0,46%
Philippines (the)	245	18.244	3,71%	2,23%
Indonesia	216	7.601	3,28%	0,93%
Pakistan	128	10.509	1,94%	1,28%
Mexico	124	2.345	1,88%	0,29%
Nigeria	123	9.996	1,87%	1,22%
Russian Federation (the)	119	58.700	1,80%	7,16%
TOTAL	2.158	251.593	32,72%	30,69%

Fonte: EM-DAT (2007 a 2017).

Tabela 3 – Países com maior número de mortes.

País	Qtidade Ocorrências	Total de Mortes	% Ocorrências	% Mortes
Haiti	74	231.990	1,12%	28,30%
Myanmar	54	140.045	0,82%	17,08%
China	578	110.616	8,76%	13,49%
Russian Federation (the)	119	58.700	1,80%	7,16%
India	335	29.803	5,08%	3,64%
Somalia	32	22.388	0,49%	2,73%
Japan	91	21.644	1,38%	2,64%
Philippines (the)	245	18.244	3,71%	2,23%
Nepal	69	12.171	1,05%	1,48%
TOTAL	1.597	645.601	24,22%	78,74%

Fonte: EM-DAT (2007 a 2017).

A China lidera o ranking com 578 ocorrências, o que representa 8,76% do total de ocorrências para o período analisado. É ainda o 3º país no ranking de maior número de mortes (Tabela 3) respondendo por 13,49% das mortes provocadas por desastres no mesmo período.

Outro importante destaque deve ser dado aos números de mortes observados por Haiti e Myanmar, que ocupam o 1º e o 2º lugar, respectivamente, na lista de países com maior quantidade de mortes derivadas de desastres. Ao analisar os dados dos dois países com maior detalhe, é possível observar uma grande concentração do número de mortes em grupos de desastres particulares. A Tabela 4 abaixo ilustra esta concentração.

Tabela 4 – Mortes e Ocorrências por Grupo de Desastre - *Haiti e Myanmar*.

País / Grupo	Qtidade Ocorrências	Qtidade Mortes	Mortes/Ocorrências
<b>Haiti</b>	<b>74</b>	<b>231.990</b>	<b>3.135</b>
Biological	6	7.128	1.188
Climatological	2	-	-
Geophysical	1	222.570	222.570
Hydrological	26	312	12
Meteorological	18	1.474	82
Technological	21	506	24
<b>Myanmar</b>	<b>54</b>	<b>140.045</b>	<b>2.593</b>
Biological	2	64	32
Geophysical	3	116	39
Hydrological	21	547	26
Meteorological	6	138.446	23.074
Technological	22	872	40

Fonte: EM-DAT (2007 a 2017).

Como pode ser observado, tanto o Haiti quanto Myanmar apresentam grande quantidade de mortes originadas a partir de desastres provocados por causas naturais, como por exemplo, terremotos e ciclones. Somados a esta exposição agravada, encontramos nos dois países um baixo índice de desenvolvimento socioeconômico, o que impacta negativamente a infraestrutura e o preparo de tais países para contornar situações catastróficas deste tipo.

Estes dados reafirmam a importância de modelos de riscos catastróficos capazes de mapear e estimar as exposições de cada região do globo à possíveis desastres de origem natural. Através de tais modelos, as seguradoras podem compreender os riscos de desastres naturais referentes a cada região que se pretende segurar, garantindo uma subscrição mais conservadora e justa.

Do ponto de vista dos contratos automáticos vida do tipo CATXL, é importante garantir que tais contratos sejam precificados de maneira a garantir que a exposição dos contratos esteja aderente ao preço definido. No entanto, em função da grande diversidade entre as várias regiões do globo e da raridade de eventos desastrosos, a cotação de contratos CATXL nem sempre é uma tarefa fácil. Brasileiros que contratam seu seguro de vida em uma mesma seguradora no Brasil, por exemplo, poderiam estar viajando juntos para o Haiti no momento em que o terremoto de 2010 atingiu o país. Caso viessem a morrer em função deste mesmo evento catastrófico, seria muito provável que a seguradora acionasse o seu contrato CATXL para tentar recuperar parte da sua perda acumulada. Como é de se esperar, a imprevisibilidade de um evento deste tipo somada à carência de controles de acúmulo de risco cria um cenário desafiador de grande incerteza para as resseguradoras que oferecem coberturas para este fim.

A próxima seção deste trabalho destina-se à identificação de modelos que buscam contornar esta dificuldade de precificação. O primeiro modelo, de Bargarry e Nefussi (2010), propõe uma alternativa inspirada pelo modelo de Pareto, onde a precificação do contrato CATXL é conduzida através da capacidade contratual, que é refletida no parâmetro OP (*Observation Point*), e da exposição do contrato aos riscos catastróficos. Além disso, o modelo possui o parâmetro  $\alpha$ , responsável por definir a convexidade da curva a partir do OP.

O modelo de Ekheden e Hössjer (2014) propõe uma segmentação do problema de estimação em etapas. O prêmio de risco é definido a partir do método POT (*Peaks Over Threshold*) e da distribuição Beta-Binomial, para a modelagem da quantidade de mortos por evento catastrófico e da proporção de mortos segurados por evento, respectivamente.

## 5. METODOLOGIA E MODELAGEM

### 5.1 Modelo de Bargarry e Nefussi

O modelo proposto por Bargarry e Nefussi (2010) sugere a estimação do prêmio de risco de um contrato CATXL através da utilização de um modelo de Pareto. O modelo de Pareto define que a distribuição das perdas superiores a um determinado limiar são Pareto distribuídas se:

$$f(x) = \alpha \cdot OP^\alpha \cdot x^{-\alpha-1}$$

Onde o parâmetro  $\alpha$  é responsável pela convexidade da curva acima do OP.

Além disso, para que o prêmio de risco possa ser estimado, é preciso calcular a severidade e a frequência das perdas esperadas, de acordo com três parâmetros particulares. São eles:

$RP$  = Período de Retorno

$OP$  = Limiar a partir do qual as perdas seguem uma Distribuição de Pareto

$\alpha$  = Parâmetro que determina a convexidade da curva acima do limiar

Assim, através da identificação dos parâmetros acima, é possível calcular a severidade das perdas esperadas, seguindo a equação abaixo:

$$Severidade = \frac{Prioridade}{1-\alpha} \cdot (RL^{1-\alpha} - 1), \text{ para } \alpha \neq 1, \text{ ou}$$

$$Severidade = Prioridade \cdot \ln(RL), \text{ para } \alpha = 1$$

Onde  $RL$  é a extensão relativa da faixa contratual, isto é,  $RL$  é uma medida da exposição contratual relativa de um CATXL, e é definido por:

$$RL = \frac{Limite + Prioridade}{Prioridade} = \frac{Capacidade}{Prioridade}$$

Por outro lado, é assumido que a frequência é conhecida no OP e em um ponto  $x > OP$ . Sendo assim, a frequência pode ser encontrada através da equação abaixo:

$$Frequência(x) = Frequência(OP) \cdot \left(\frac{OP}{x}\right)^\alpha$$

Finalmente, o prêmio de risco pode ser calculado através da multiplicação da frequência pela severidade, conforme abaixo:

$$Prêmio\ de\ Risco = Frequência(Prioridade) \cdot Severidade$$

A figura abaixo traz o impacto de uma alteração no parâmetro  $\alpha$  sobre a estimação de frequências e severidades. Como pode ser observado,  $\alpha$  impacta diretamente na convexidade da curva e, portanto, deve ser interpretado como um parâmetro determinante para o nível de conservadorismo do modelo.

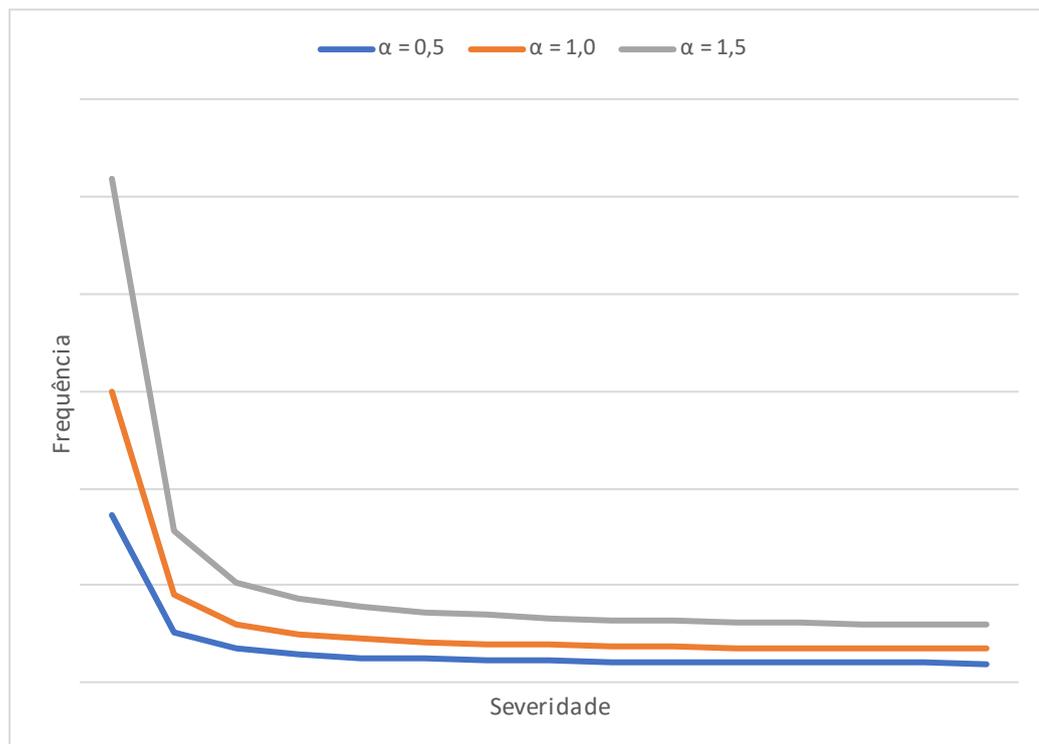


Figura 4 – O modelo de Pareto: análise de sensibilidade do parâmetro  $\alpha$ .

Fonte: Elaboração própria.

Os autores sugerem ainda uma abordagem mais prática ao processo de estimação dos parâmetros fundamentais deste modelo de precificação. Esta simplificação seria baseada na experiência da resseguradora.

Na prática, bastaria que a resseguradora observasse a relação direta existente entre o período de retorno (RP) e o limiar (OP). Esta relação ocorre conforme a equação definida abaixo:

$$Frequência(OP) = \left(\frac{1}{RP}\right)$$

Com base em suas perdas históricas observadas, uma resseguradora poderia definir o período de retorno de eventos que igualem ou superem um OP pré-determinado. Aplicando a fórmula acima na equação original de estimação das frequências de perdas, temos:

$$Frequência(x) = \left(\frac{1}{RP}\right) \cdot \left(\frac{OP}{x}\right)^\alpha$$

Em seguida, será considerado um exemplo prático, com o objetivo de identificar a aplicabilidade e os desafios de estimação do modelo sugerido por Bargarry e Nefussi.

### **Exemplo**

Ao analisar um exemplo de aplicação do modelo de Bargarry e Nefussi, é possível observar o impacto de cada variável sobre o prêmio de risco de um contrato CATXL de vida.

Para isso, será utilizada a suposição de um contrato CATXL definido conforme abaixo:

Prioridade: BRL 500.000

Limite: BRL 4.500.000

Período de Retorno: 50 anos

Vigência Contratual: 1 ano

Tabela 5 – Relação OP x RP – Experiência de uma resseguradora hipotética.

OP	Período de Retorno (Anos)
200.000	0,0002
400.000	0,0007
500.000	0,0020
700.000	0,0050
1.000.000	0,0125
1.200.000	0,0667
1.500.000	0,5000
1.700.000	1,0000
2.000.000	2,0000
2.200.000	12,5000
2.500.000	25,0000
2.700.000	62,5000
3.000.000	100,0000
3.500.000	200,0000

Fonte: Elaboração própria.

No caso prático proposto, assume-se que a experiência a priori da resseguradora indique uma relação RP - OP que se comporte conforme ilustrado pela tabela anterior.

Nesta situação, caberia à decisão da resseguradora identificar o OP e o parâmetro  $\alpha$  que apresentem o melhor ajuste do modelo aos dados da amostra observada. A tabela abaixo traz o impacto de cada combinação de pares  $(OP, \alpha)$  no prêmio de risco que é estimado para o contrato.

Tabela 6 – Impacto dos parâmetros  $(OP, \alpha)$  sobre o prêmio de risco.

		$\alpha$										
		0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9
OP	200.000	704	435	274	175	114	92	75	51	35	24	17
	400.000	2.515	1.787	1.289	946	706	614	536	415	326	261	212
	500.000	7.715	5.731	4.325	3.318	2.589	2.303	2.057	1.663	1.368	1.144	971
	700.000	19.947	15.850	12.792	10.497	8.763	8.059	7.445	6.438	5.663	5.065	4.602
	1.000.000	51.678	44.100	38.224	33.684	30.198	28.782	27.554	25.588	24.175	23.221	22.655
	1.200.000	280.687	248.423	223.319	204.100	189.777	184.207	179.592	172.970	169.487	168.845	170.845
	1.500.000	2.152.655	1.992.166	1.872.587	1.789.539	1.739.898	1.726.939	1.721.663	1.733.860	1.776.492	1.850.526	1.957.910
	1.700.000	4.359.535	4.136.783	3.987.043	3.906.803	3.894.715	3.914.395	3.951.586	4.080.458	4.286.767	4.578.606	4.967.093

Fonte: Elaboração própria.

Como pode ser observado na tabela acima, a escolha do parâmetro do limiar (OP) é crucial para a definição do prêmio de risco, tendo em vista a alta variabilidade produzida sobre o prêmio entre os diferentes cenários propostos para o OP. Cenários mais extremos de OP, levam a uma maior projeção de perdas esperadas, agravando significativamente o preço técnico do contrato CATXL proposto.

Os autores sugerem que a implementação do modelo seja acompanhada de

constante monitoramento do RP da carteira de risco ressegurados. Para Bargarry e Nefussi, uma solução mais simples consiste na escolha a priori dos parâmetros OP e RP. Além disso, como medida de consistência, os autores sugerem que a priori (RP,OP) seja mantida para todos os contratos precificados que visem ressegurar o mesmo nicho de mercado.

No entanto, a observação das perdas ocorridas e seus respectivos períodos de retorno depende de outros importantes parâmetros que, devido à proposta mais simples do modelo de Bargarry e Nefussi (2010), não são abordados. O gatilho de quantidade de vidas acidentadas e a representação da carteira ressegurada em determinado nicho de mercado são exemplos de critérios que trazem importante impacto na forma como um contrato de resseguro de vida CATXL poderá ser utilizado.

Por outro lado, controlar parâmetros deste tipo e encontrar dados que permitam uma modelagem adequada é um desafio adicional para este problema de precificação. Muitas vezes, a resseguradora só observa os sinistros que são recuperados pelo contrato CATXL, o que inviabiliza a implementação de um controle adequado e, conseqüentemente, dificultam a atualização correta da priori (RP,OP) especificada.

Tais aproximações e simplificações sugeridas pelo modelo de Bargarry e Nefussi estão diretamente relacionadas ao fato de tal modelo não ter sido desenvolvido especificamente para o mercado ressegurador de vida. Na verdade, este modelo é sugerido como uma solução genérica que, de acordo com a escolha dos parâmetros que o definem, poderia contemplar diferentes riscos resseguráveis (*Property*, por exemplo).

Baseando-se nesta outra face do problema de precificação dos contratos CATXL de vida e com o objetivo de apresentar uma solução mais aderente às particularidades deste mercado, em seguida, será apresentado o modelo de Ekhedden e Hössjer (2014). Tal modelo, adota uma abordagem mais robusta e direcionada para o mercado de resseguro catastrófico de vida, garantindo que variáveis como a quantidade de vidas acidentada seja diretamente contemplada pela solução de precificação.

## 5.2 Modelo de Ekheden e Hössjer

Ekheden e Hössjer (2014), propõem um modelo hierárquico de fácil implementação e específico para o mercado ressegurador de vida. Segundo os autores, o problema de estimação do preço de um contrato CATXL pode ser quebrado em 4 etapas:

- (1) Identificar o número de catástrofes  $K = K(T)$  que ocorrem durante a vigência contratual do CATXL. A vigência é definida pelo parâmetro  $T$ .
- (2) Identificar o número  $X_k$  de mortes decorrentes da  $k$ -ésima catástrofe.
- (3) Derivar o valor  $Y_k$  de sinistros que resultam das  $X_k$  mortes.
- (4) Avaliar o custo  $Z_k$  do sinistro  $Y_k$  referente à  $k$ -ésima catástrofe.

O principal objetivo do modelo de Ekheden e Hössjer (2014) é estimar o prêmio de risco que através da identificação do custo total de sinistros estimado para o contrato CATXL. O custo total dos sinistros é dado por:

$$C(T) = C = \sum_{k=1}^K Z_k$$

Para endereçar a duas primeiras partes do problema de estimação, os autores sugerem a utilização do método POT (*Peaks Over Thresholds*), tendo em vista que tal método é destinado à modelagem de eventos que excedem um limiar pré-determinado. Considerando uma sequência de variáveis  $X_1, X_2, \dots, X_K$  e um limiar dado pela variável  $m$ , o modelo sugere que apenas as variáveis  $X_K: X_K \geq m$  sejam consideradas no processo de estimação de  $K(T)$ .

Em função da utilização do método POT, assumimos que o número  $K_m$  de  $X_K$  é distribuído segundo uma Poisson e os excessos dados por  $X_k - m$  são i.i.d. (independentes e identicamente distribuídos). Sendo assim, assume-se que  $K_m(T)$  é definido como:

$$K_m(T) = K_m \sim Po(\lambda_m T)$$

Neste ponto, vale ressaltar que o interesse deste modelo reside nos eventos catastróficos que representam potenciais recuperações a serem requisitadas em um contrato CATXL arbitrário, isto é, o modelo destina-se a identificar o comportamento dos eventos que provocam múltiplas mortes. Este ponto reafirma a importância da utilização de um modelo POT.

Para compreender o processo de estimação da quantidade de mortes originadas a partir de um evento catastrófico aleatório, assume-se que  $X'$  represente a contagem de mortos em um evento. Assumindo ainda que:

- I)  $X_1, X_2, \dots, X_K$  são i.i.d (independentes e identicamente distribuídos)
- II)  $\tilde{X} \sim GPD(m - \frac{1}{2}, \sigma^m, \xi^m)$

Outra importante etapa do modelo de Ekhedden e Hössjer consiste em estimar a quantidade de mortes ( $X$ ) que resultam em sinistros para o mercado de seguro e resseguro, isto é, qual o valor de  $Y'$  que corresponde a um evento catastrófico onde  $X$  mortes foram verificadas. Para solucionar esta etapa do processo de estimação e identificar as propriedades da variável aleatória  $Y'$ , assume-se que:

$$q = \frac{\text{Quantidade de Apólices Vendidas}}{\text{Tamanho total da população}}$$

A adoção da proporção representada pela variável  $q$  tem como proposta estabelecer uma medida de penetração de mercado, que deve ser calculada para cada seguradora. Para garantir a aplicabilidade de  $q$ , assume-se que:

$$E[Y'|X] = qX$$

A equação acima garante que o número de sinistros  $Y'$  seja proporcional à penetração de mercado da seguradora. Para justificá-la os autores consideram que, embora para eventos catastróficos de menor magnitude possa existir alguma dependência entre as vidas envolvidas, para eventos de grande escala (como acidentes aéreos, por exemplo), esta dependência tende a ser dissolvida e a quantidade de sinistros deve se aproximar do valor esperado, isto é:

$$\frac{Y'}{X} \approx q \text{ para } X \gg 1$$

Sendo assim, para viabilizar uma modelagem coerente com o comportamento da variável  $Y'$  e garantir que a proporção dada pelo parâmetro  $q$  seja contemplada em um único modelo, os autores sugerem a utilização de uma distribuição Beta-Binomial, onde:

$$\text{III) } Y'|X, p \sim \text{Bin}(X, p), \text{ e}$$

$$\text{IV) } p|X \sim \text{Beta}(d(X)q, d(X)(1-q)), 0 < d(x) < \infty$$

E, portanto:

$$\text{V) } Y'|X \sim \text{Betabin}(X, q, d(X)),$$

onde

$$\text{VI) } d(X) = \theta \cdot \log(X), \theta \in \mathfrak{R}$$

Ekheden e Hössjer ressaltam que a definição de  $d(X)$  objetiva garantir que eventos com menor número de vítimas apresentem certo grau de dependência, enquanto que a independência cresce lentamente conforme  $d(X)$  aumenta.

Para relacionar o número de sinistros estimados ( $Y$ ) às estimativas de eventos catastróficos ( $K(T)$ ) e às quantidades de mortes verificadas por cada evento ( $X$ ), deve-se levar em consideração a importância do gatilho contratual (quantidade de vidas afetadas por um mesmo evento) para a definição dos sinistros arcados pela resseguradora. Considerando que a quantidade mínima de vidas que garantem a utilização do contrato CATXL seja dada pela variável  $M$ , temos que:

$$Y_k = \begin{cases} Y'_k, & \text{se } Y'_k \geq M \\ 0, & \text{se } Y'_k < M \end{cases}$$

A última etapa de estimação para o modelo proposto por Ekheden e Hössjer consiste no ajuste da distribuição dos valores de sinistros  $Z_k$ . A definição da variável  $Z_k$  é dada por:

$$Z_k = \sum_{i=1}^{Y_k} Z_{ki}$$

onde  $Z_{ki}$  representa um sinistro individual do  $k$ -ésimo evento catastrófico.

Vale observar ainda que:

$$Z_k = \begin{cases} 0, & \text{se } Z'_k < S \\ Z'_k - S, & \text{se } S \leq Z'_k < S + L \\ L, & \text{se } S + L \geq Z'_k \end{cases}$$

onde  $S$  e  $L$  representam, respectivamente, o valor da prioridade e do limite de um contrato CATXL de vida.

Para Ekhedén e Hössjer, a modelagem da variável  $Z_k$  representa uma etapa simples do processo, que deve levar em consideração os perfis de exposição da carteira ressegurada. Segundo eles, nos dias de hoje, é muito razoável considerar que as seguradoras detenham esta informação, uma vez que a tecnologia moderna permite um acompanhamento mais apurado das somas seguradas protegidas.

Finalmente, o custo anual total de um contrato CATXL é resumido pela variável  $C$ , que é determinada a partir da estimação dos parâmetros contratuais  $\{M, S \text{ e } L\}$  e dos parâmetros de modelagem  $\{\lambda_M, \sigma_M, \xi_M, q, \theta\}$ , além da escolha da distribuição mais adequada aos dados de exposição da carteira segurada. Assim, os autores sugerem que sejam utilizadas simulações de Monte Carlo para calcular as propriedades estatísticas de  $C$ , bem como a sua distribuição.

Em seguida, a exemplo do procedimento realizado com o modelo Bargarry e Nefussi, serão avaliadas as soluções do modelo de Ekhedén e Hössjer durante o processo de precificação de um contrato catastrófico.

### **Exemplo**

Seguindo as etapas indicadas pelos autores, o processo de precificação deve começar pela estimação do número de catástrofes  $K_m(T)$  que afetam ao menos  $m$  vidas durante o período  $T$ . Para avaliar a aplicabilidade desta etapa do modelo, foram realizados testes com base nos dados fornecidos pela EM-DAT, durante os anos de 2007 a 2017. Nesta primeira análise, foram considerados todos os tipos de desastres registrados para todos os países da amostra.

Para que seja verdadeira a hipótese de que  $K_m(T)$  segue uma distribuição  $Po(\lambda_m T)$ , o seguinte comportamento deverá ser observado para a média e a variância de  $K_m(T)$ :

$$\text{Média} = \text{Variância} = \lambda_m = \frac{K_m}{T}$$

Sendo assim, para verificar se esta hipótese é plausível, foram calculadas a média e a variância amostral. A média amostral seguirá o mesmo comportamento indicado pela equação anterior. Já a variância amostral, deverá ser estimada através da equação destaca abaixo:

$$\text{Variância: } \widehat{Var}(\hat{Y}_m) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (K_{m,t} - \hat{\lambda}_m)^2$$

Neste exercício, foram calculadas a média e a variância para alguns países, e para o total dos dados coletados. O resultado é ilustrado na Tabela 7.

Tabela 7 – Intensidade de catástrofes – Média [ $\lambda_m$ ] e Variância [ $\widehat{Var}(\hat{Y}_m)$ ].

Região	m = 3			m = 5		
	Média	Variância	Var/Med	Média	Variância	Var/Med
Brazil	7,3	7,0	1,0	6,1	4,5	0,7
Haiti	5,6	4,5	0,8	5,3	4,0	0,8
China	43,0	100,0	2,3	41,5	88,5	2,1
Russia	8,9	8,3	0,9	8,8	8,4	0,9
Colombia	6,2	6,4	1,0	6,1	6,5	1,1
Peru	8,5	13,1	1,5	8,4	13,7	1,6
Chile	2,4	1,7	0,7	2,1	1,3	0,6
Egypt	6,7	8,6	1,3	6,7	8,6	1,3
Japan	5,7	5,2	0,9	5,2	6,0	1,2
France	2,1	2,3	1,1	1,5	1,7	1,1
Bolivia	3,1	3,9	1,3	2,9	3,9	1,3
India	29,1	38,9	1,3	28,8	38,2	1,3
South Africa	6,5	8,7	1,3	6,2	9,4	1,5
Argentina	3,5	2,9	0,8	2,9	2,1	0,7
Thailand	4,5	7,7	1,7	4,0	5,0	1,3
<b>TOTAL</b>	<b>446,5</b>	<b>3.113,5</b>	<b>7,0</b>	<b>416</b>	<b>2.898</b>	<b>7,0</b>

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados da tabela anterior são bastante satisfatórios para alguns países, mas não para todos. Considerando o total dos dados, por exemplo, é possível verificar que, de fato, a média e a variância amostral diferem significativamente. Esta diferença

também está representada pelo alto valor obtido através da relação variância/média.

Outra observação que pode ser feita está relacionada à escolha do limiar  $m$ . Para a análise ilustrada foram escolhidos 2 limiares que, aparentemente, não apresentaram grandes variações na relação variância/média. Este resultado é compreensível, tendo em vista a escolha de limiares próximos. No entanto, a escolha de limiares para esta verificação busca a coerência com os gatilhos praticados pelas resseguradoras ao comercializarem contratos do tipo CATXL.

No caso de países como Brasil e Colômbia, por exemplo, a suposição de igualdade entre a média e a variância amostral parece fazer sentido e, portanto, o método POT parece estar parcialmente justificado.

No entanto, vale ressaltar que, segundo as práticas do mercado ressegurador internacional, a amplitude da cobertura proporcionada por contratos CATXL de vida tende a ser global, o que inviabiliza o descarte de determinadas regiões em função dos desafios de modelagem.

Uma possível alternativa para este impasse apresentado pode estar na modelagem dos dados por grupos, tipos e/ou subtipos de desastres. A Tabela 8 demonstra o resultado desta análise tomando a China como exemplo. A escolha da China leva em consideração o fato de este país ter apresentado a relação variância/média mais discrepante dentre o grupo de países elencados na Tabela 7.

Tabela 8 – Testando a Distribuição de Poisson para grupos e tipos de desastres na China.

PAÍS: CHINA Grupos e Tipos de Desastres	$m=3$			$m=5$		
	Média	Variância	Var/Med	Média	Variância	Var/Med
Biological	-	-	-	-	-	-
Climatological	0,1	0,1	1,0	0,1	0,1	1,0
Complex Disasters	-	-	-	-	-	-
Extra-Terrestrial	-	-	-	-	-	-
Geophysical	2,1	2,9	1,4	1,6	2,3	1,4
Hydrological	12,6	6,3	0,5	12,4	7,3	0,6
Meteorological	7,2	9,2	1,3	6,5	8,7	1,3
Technological	21,0	129,8	6,2	21,0	129,8	6,2
Transport	4,8	10,4	2,2	4,8	10,4	2,2
Industrial Accident	13,0	58,2	4,5	13,0	58,2	4,5
Miscellaneous Accident	3,2	6,0	1,9	3,2	6,0	1,9

Fonte: Elaboração própria.

Ao segmentar os desastres da China em grupos de desastres, foi identificado que determinados grupos parecem seguir a suposição de igualdade entre a média e a variância amostral. Ainda assim, grupos como o *Technological*, que contempla os desastres que sofrem algum tipo de influencia humana, parecem reservar boa parte da discrepância anteriormente verificada entre a média e a variância. Ao segmentar este

grupo em tipos de desastres (como mostram as linhas inferiores em destaque na Tabela 8), reduzimos os patamares observados para a relação variância/média, mas os resultados ainda não são completamente satisfatórios, evidenciando um ponto de atenção do modelo de Ekhedden e Hössjer que precisa ser considerado.

A segunda etapa do processo de precificação proposto pelos autores consiste em identificar o número  $X_k$  de mortes decorrentes do  $k$ -ésimo evento catastrófico. Neste ponto do processo de estimação, é preciso justificar a utilização do método POT através da escolha de um parâmetro  $m$  suficientemente grande e capaz de posicionar os excessos adequadamente na cauda da distribuição.

Segundo os autores, uma alternativa para a escolha do parâmetro limiar resulta da análise dos gráficos QQ-plot, gerados a partir do ajuste do modelo GPD aos dados (QQ-plot empírico). Esta solução simplifica significativamente o processo de modelagem e estimação de  $K(T)$ , tendo em vista que softwares como o R, possuem pacotes de códigos destinados à solução de problemas deste tipo<sup>4</sup>.

A Figura 5 traz o resultado de diferentes QQ-plots criados a partir da modelagem com o método POT sobre os dados oferecidos pela plataforma da EM-DAT.

Como pode ser observado, o incremento do limiar utilizado melhora significativamente o ajuste do modelo às observações. No entanto, conforme mencionado anteriormente, a prática do mercado ressegurador consiste na adoção de gatilhos de vidas acidentadas entre 3 e 5 vidas e, por isso, utilizar limiares elevados como  $m = 20$  ou  $m = 50$  faria pouco sentido do ponto de vista do problema de precificação dos contratos CATXL. Por outro lado, os autores mencionam que, segundo o tradicional modelo de Strickler<sup>5</sup>, é possível verificar que cerca de 97% dos acidentes tiveram entre 1 e 2 vítimas. Sendo assim, a utilização de um limiar próximo ao patamar de 3 a 5 vidas parece ser justificável e realista.

Também vale ressaltar que, a modelagem de todos o conjunto de dados ao mesmo tempo representa um significativo desafio adicional ao modelo GPD, tendo em vista a grande variabilidade amostral resultantes das particularidades geográficas e socioeconômicas entre as regiões do globo terrestre. Por este motivo, a Figura 6 traz o resultado da aplicação do modelo GPD em diferentes países.

---

<sup>4</sup> Neste trabalho, foi utilizado o pacote POT disponível para aplicação no software estatístico R.

<sup>5</sup> Strickler P. (1960) – *XVI International Congress of Actuaries in Brussels*.

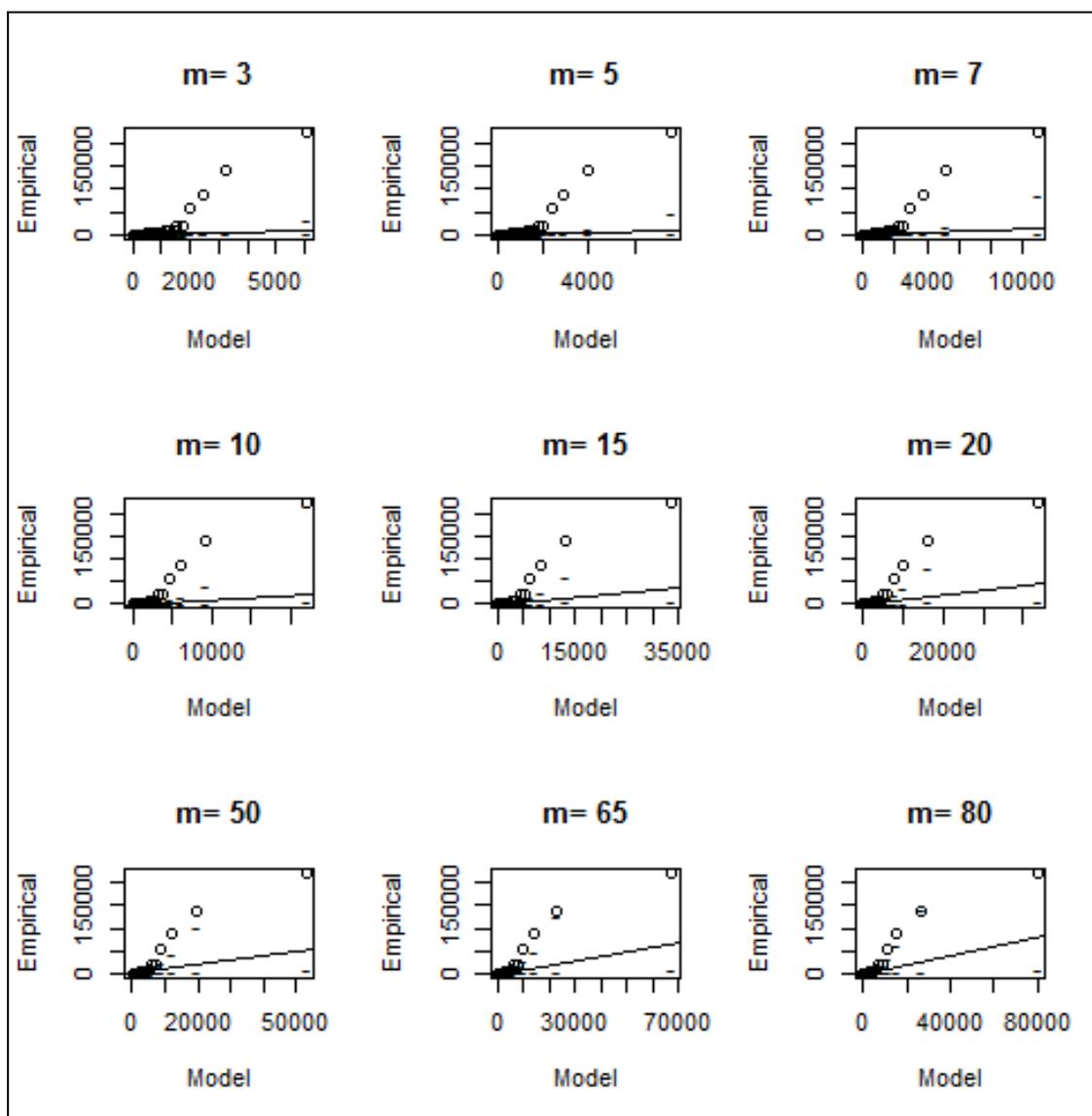


Figura 5 – Teste QQ-plot para diferentes limiares segundo o modelo GPD.

Fonte: Elaboração própria.

Ao comparar as Figuras 5 e 6, fica claro o ganho de eficiência do modelo GPD com dados segregados por países. Na Figura 6, onde esta segregação foi aplicada, o modelo GPD apresentou ajustes suficientemente adequados para todos os países estudados. Além disso, é importante ressaltar que a modelagem permitiu a utilização de limiares coerentes com as práticas de mercado ( $3 \leq m \leq 5$ ), sem deteriorar a qualidade do modelo.

Outra importante visualização gráfica disponibilizada pelo pacote POT do software estatístico *R* consiste na sobreposição da curva GPD modelada aos dados posicionados na cauda. A Figura 7 traz esta visualização, tomando o limiar  $m = 5$  como referência para o ajuste da GPD.

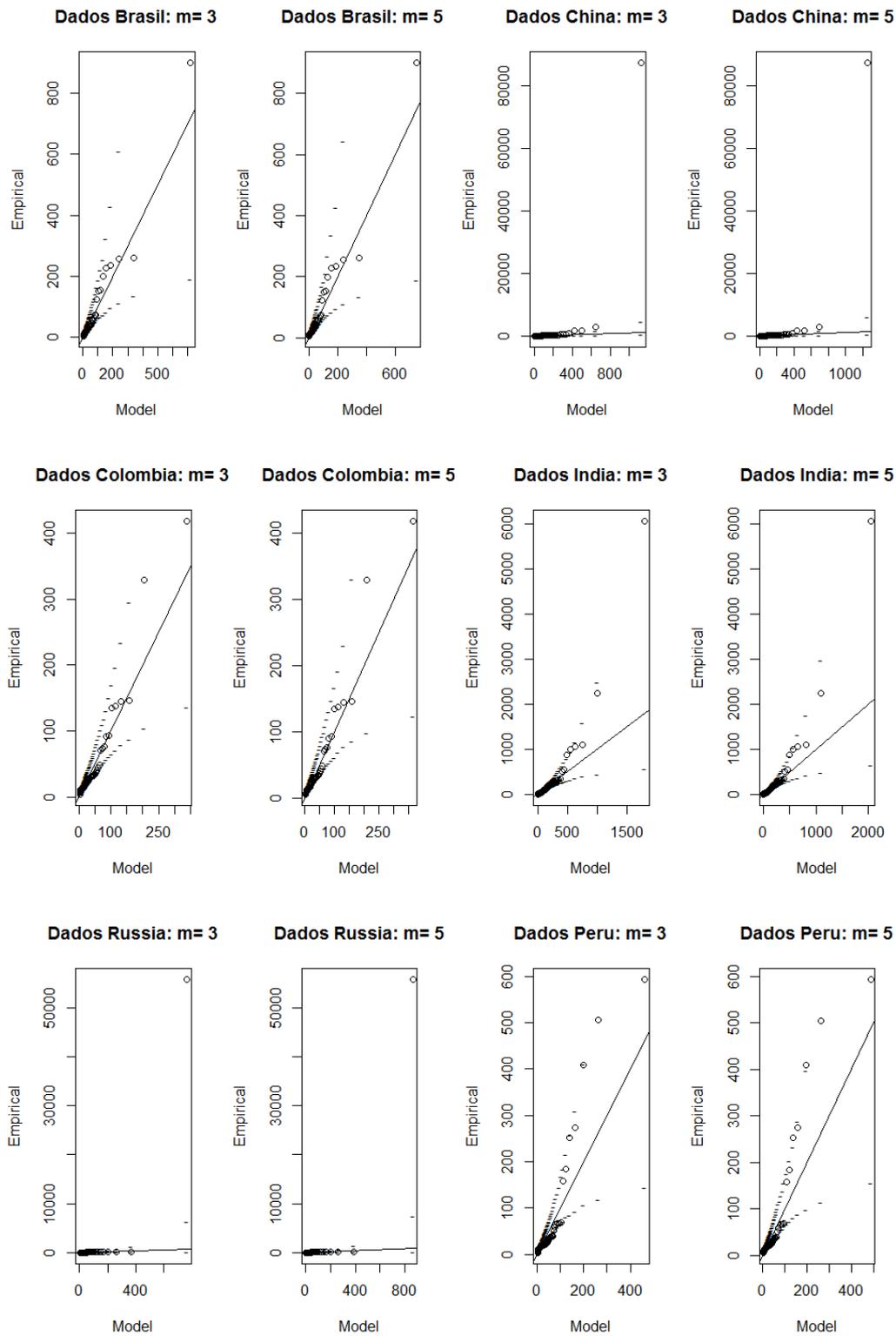


Figura 6 – Teste QQ-plot em limiares inferiores e com dados segregados por país.

Fonte: Elaboração própria.

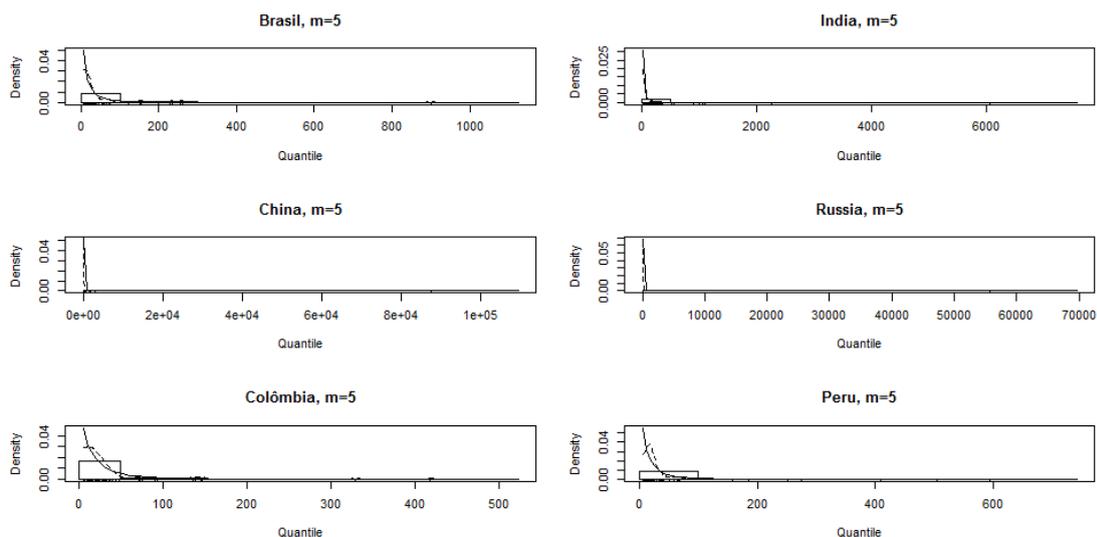


Figura 7 – Ajuste do modelo GPD aos excessos amostrais.

Fonte: Elaboração própria.

As duas etapas remanescentes do processo de precificação proposto por Ekheden e Hössjer são facilmente implementáveis pelas resseguradoras, tendo em vista que elas detêm informações suficientes para derivar os parâmetros  $q$  e  $\theta$  da distribuição Beta-Binomial.

Além disso, tendo em conta que os parâmetros contratuais da prioridade ( $S$ ) e do limite de exposição ( $L$ ) são conhecidos durante o processo de negociação, nota-se a simplicidade desta etapa da estimação e, com isso, constata-se a aplicabilidade do modelo proposto por Ekheden e Hössjer ao problema de precificação de contratos CATXL.

## 6. CONCLUSÕES

Embora os contratos CATXL de vida sejam de fundamental importância para a estratégia de proteção de qualquer seguradora, a precificação de tais contratos permanece sendo um problema desafiador para o mercado ressegurador que, ao negociar tais contratos, se depara com um difícil *trade-off* entre sofisticação técnica e aplicabilidade no cotidiano.

Diante deste cenário desafiador, os modelos de Bargarry e Nefussi (2010) e Ekheden e Hössjer (2014) lançam propostas que buscam preencher as lacunas deixadas por modelos tradicionais simplistas sem comprometer a praticidade de um mercado que possui fortes traços comerciais.

Bargarry e Nefussi propõem um modelo de Pareto com características generalistas, isto é, trata-se de uma solução que tem como objetivo atender às necessidades de contratos CATXL de diversos ramos (como *Property*, por exemplo). Através deste tipo de abordagem, os autores garantem um modelo de fácil implementação, tendo em vista que os parâmetros OP e RP, necessários à implementação do modelo, podem ser estimados e gerenciados a partir da experiência de mercado acumulada pela resseguradora e dos parâmetros contratuais, como a prioridade e o limite do contrato CATXL.

No entanto, ao adotarem esta medida, acabam por dispensar características fundamentais dos contratos CATXL de vida, como por exemplo, a quantidade mínima de pessoas que devem ser afetadas para que um evento possa ser considerado catastrófico e o acúmulo de riscos que uma seguradora pode experimentar em eventos deste porte, segundo seu *market share*.

Além disso, é importante observar que, por não participar necessariamente em todos os sinistros incorridos pela cedente, a visão de uma resseguradora é, na grande maioria dos casos, muito limitada e enviesada. Sendo assim, utilizar apenas a experiência de mercado da resseguradora pode implicar em uma perda de qualidade preditiva.

Ekheden e Hössjer, por outro lado, propõem uma abordagem direcionada aos desafios verificados no processo de precificação de um contrato automático CATXL de vida. A solução dos autores tem como objetivo capturar as diversas particularidades dos contratos, de maneira que o prêmio de risco resulte de uma modelagem segmentada em etapas, onde cada etapa é destinada a identificação de um parâmetro que compõe o risco do negócio.

Supondo a existência de dados com suficiente qualidade, Ekhedén e Hössjer sugerem a utilização do método POT para a estimação da quantidade de catástrofes ( $K_m(T)$ ) que afetam ao menos  $m$  vidas durante o período  $T$  e para a estimação do número de mortes ( $X_k$ ) ocorridas no evento de ordem  $K$ .

Neste trabalho, verificou-se que a escolha de tal método permite maior sofisticação ao processo de estimação, sem abrir mão da praticidade demandada pela realidade do mercado ressegurador. Softwares como o *R*, possuem pacotes estatísticos que garantem a simplicidade no processo de ajuste das distribuições de quantidade de catástrofes e de contagem de mortes por evento.

No entanto, os resultados obtidos por este estudo mostram que cuidados precisam ser tomados a respeito das hipóteses do modelo proposto por Ekhedén e Hössjer. Para alguns países, assumir que as catástrofes se comportam conforme uma distribuição  $Po(\lambda_m T)$  parece não ser razoável, tendo em vista a grande variação identificada entre a média e a variância amostral.

Por outro lado, os resultados obtidos com a modelagem da distribuição GPD para a quantidade de mortes ocorridas demonstraram coerência. A segmentação de tais dados por país de ocorrência incrementou significativamente a eficiência ao modelo, o que ficou evidenciado pelos satisfatórios ajustes ilustrados nos gráficos QQ-plot. Além disso, esta estratégia permitiu a utilização de limiares condizentes com o gatilho de quantidade de vidas acidentadas constante nos contratos catastróficos de resseguro de vida.

O método proposto por Ekhedén e Hössjer precisa ainda ser complementado com os dados de *market share* da cedente, além do perfil segurado que é objeto de proteção pelo contrato CATXL. No entanto, as práticas de mercado fizeram com que estes dados se tornassem informações básicas a serem repassadas para os resseguradores no momento de cotação dos contratos de resseguro, o que garante a aplicabilidade do modelo neste sentido.

Sendo assim, embora os dois modelos estudados possuam vantagens e desvantagens referentes às etapas de estimação que propõem e aos dados que necessitam, a utilização de um modelo mais especializado nos contratos do tipo CATXL de vida, como é o caso do modelo de Ekhedén e Hössjer, garantiu uma abordagem mais completa ao problema de precificação e permitiu que parâmetros e gatilhos inerentes à realidade de tais contratos pudessem ser contemplados adequadamente.

Por fim, sugere-se que os próximos trabalhos destinados a este desafio de precificação explorem outras estratégias de particionamento dos dados, como por exemplo, o desenvolvimento de uma modelagem para grupos, tipos e/ou subtipos de

catástrofes, tendo em vista que alguns tipos causas podem constar na cláusula de exclusões de um contrato CATXL e, portanto, não acionariam a cobertura contratada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBRECHER, H.; TEUGELS, J.L.; BEIRLANT, J. *Reinsurance: Actuarial and Statistical Aspects*. John Wiley & Sons, 2017.

BARGARRY, M.; NEFUSSI, L. *Reinsurance Pricing: Pareto extrapolation downward*. International Congress of Actuaries, Cape Town, 2010.

CASS, R.M.; KENSICKI, P.R.; PATRIK, G.S.; REINARZ, R.C. *Práticas de Resseguro*, vol. 1, AICPCU-IIA, Rio de Janeiro: Funenseg, 2002.

MUNICH RE. *Reinsurance: A basic guide to facultative and treaty reinsurance*, 2010. <https://www.munichre.com/us/property-casualty/knowledge/expertise/knowledge-publications/reinsurance-basic-guide/index.html>.

SMITH, R.L. *Statistics of extremes, with applications in environment, insurance, and finance*. In: Extreme values in finance, telecommunications, and the environment. Chapman and Hall/CRC, 2003.