



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE LEE-CARTER PARA A ESTIMAÇÃO DO RISCO DE LONGEVIDADE E
CÁLCULO ESTOCÁSTICO DO PASSIVO ATUARIAL EM UMA CARTEIRA FICTÍCIA DE
PREVIDÊNCIA**

ÉRICK BRAGA VALENTIM

Orientador: Prof. Eduardo Fraga, DSc

Rio de Janeiro

Agosto/ 2018

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE LEE-CARTER PARA A ESTIMAÇÃO DO RISCO DE
LONGEVIDADE E CÁLCULO ESTOCÁSTICO DO PASSIVO ATUARIAL EM UMA
CARTEIRA FICTÍCIA DE PREVIDÊNCIA**

ÉRICK BRAGA VALENTIM

Trabalho Final apresentado ao Curso de Especialização em Ciências Atuariais da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos para atendimento da resolução nº 1 do Conselho Nacional de Educação, de 03 de Abril de 2001.

Orientador: Prof. Dsc. Eduardo Fraga Lima de Melo

Aprovado em ___/___/_____

Parecer do Prof. _____

Rio de Janeiro– RJ

2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo milagre da vida e pelas bênçãos diárias.

Agradeço à minha família por sempre me incentivar a evoluir.

Agradeço aos professores pela dedicação.

Agradeço ao meu orientador por todas as dicas.

Agradeço aos colegas de curso por todo o apoio nesta jornada, em particular ao amigo Alexandre Ramos.

RESUMO

O presente trabalho versa sobre o cálculo estocástico do passivo atuarial de uma carteira fictícia de previdência considerando tanto o risco de longevidade como o idiossincrático. Para alcançar tal objetivo o método de Lee-Carter foi escolhido para calcular o ganho de longevidade populacional enquanto que a Estrutura a Termo de Taxa de Juros de Cupom de IPCA foi utilizada para trazer a valor presente os fluxos de benefícios futuros.

Palavras-chave: Passivo atuarial, Cálculo estocástico, Estrutura a Termo de Taxa de Juros

ABSTRACT

The present paper deals with the stochastic calculation of the actuarial liability from a fictitious pension portfolio considering both longevity and idiosyncratic risk. To achieve this objective the Lee-Carter method was chosen to calculate the population longevity gain while the Yield IPCA Curve was used to calculate the present value of the future benefits.

Keywords: Actuarial liability, stochastic calculation, Yield IPCA Curve

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Valor estimado para o a_x	18
Figura 2: Valor estimado para o b_x	18

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: BR-EMSsb-2015-f com improvement	19
Tabela 2: Características da carteira.....	20
Tabela 3: Fluxos de benefícios anuais.....	21

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais – ANBIMA

Benefício Definido – BD

Conselho de Gestão de Previdência Complementar - CGPC

Contribuição definida – CD

Contribuição variável – CV

Estrutura a Termo de Taxa de Juros – ETTJ

Índice de Preços ao Consumidor Amplo – IPCA

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE

International Actuarial Association - IAA

Provisão Matemática de Benefícios Concedidos - PMBC

Regime Geral de Previdência Social – RGPS

Regime Próprio de Previdência Social - RPPS

Superintendência de Seguros Privados - SUSEP

Superintendência Nacional de Previdência Complementar – PREVIC

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1.1 OBJETIVO	11
2 METODOLOGIA DO TRABALHO.....	11
3 MODELO ESTOCÁSTICO X MODELO DETERMINÍSTICO	12
4 RISCO AGREGADO E RISCO IDIOSINCRÁTICO.....	13
5 ALEATORIEDADE APLICADA AO PASSIVO ATUARIAL	14
5.1 ESTRUTURA A TERMO DE TAXA DE JUROS (ETTJ)	14
5.2 PASSIVO ATUARIAL	15
5.3 MÉTODO DE LEE-CARTER	16
6 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	20
7 CONCLUSÃO.....	21
REFERÊNCIAS	23

INTRODUÇÃO

Diariamente, o atuário lida com as contingências relacionadas à vida e morte. Além disso, como parte de seu trabalho, deve quantificá-las a fim de medir seus efeitos. Tais contingências podem ser mescladas com questões de ordem financeira, fazendo com que o atuário tenha que adicionar taxas de juros e inflação aos seus cálculos, distinguindo-se assim a Atuária da Matemática Financeira, uma vez que esta não utiliza probabilidade de vida/morte, mas tão somente taxas de juros e/ou inflação.

De acordo com Ferreira (2005), o prêmio é o preço pago pelo segurado. Existem diversos tipos de prêmio. Com o pagamento do prêmio surge a obrigação do segurador (ou fundo de pensão) honrar os benefícios futuros devidos ao segurado. Assim, segundo Jordan (1975), é importante para o segurador saber o montante a ter em mãos para, a qualquer tempo, assegurar o pagamento de benefícios, claramente partindo do princípio que todos os prêmios futuros serão pagos pelo segurado. Este montante é conhecido como Provisão Técnica (ou Reserva Técnica) e é formado pelo excesso de valores pagos pelos clientes em relação aos riscos/custos assumidos pelas empresas (Ferreira e Mano, 2009). Por corresponderem a uma obrigação da empresa para com terceiros, contabilmente as provisões técnicas figuram no passivo do balanço patrimonial. Ademais, pelo fato da provisão técnica ser calculada atuarialmente, por vezes é chamada de passivo atuarial. Neste trabalho será calculado estocasticamente o passivo atuarial relativo aos participantes de uma carteira fictícia de previdência.

1.1 Objetivo

O objetivo do presente trabalho é calcular estocasticamente o passivo atuarial relativo aos participantes de uma carteira fictícia de previdência. Para tanto, a Distribuição Bernoulli (p) será utilizada para simular se um determinado participante permanecerá vivo ano após ano, cujo parâmetro p será retirado da Tábua BR-EMS. Este trabalho também abordará os riscos idiossincrático (risco individual, relativo a um participante em específico) e agregado (risco coletivo, refere-se à sobrevivência do conjunto de participantes), que impactam no cálculo do passivo atuarial. Além disso, os fluxos de benefícios referentes a cada participante serão trazidos a valor presente por meio da estrutura a termo de taxa de juros de cupom de IPCA. Finalmente, a hipótese do estudo é que os pagamentos aos participantes são realizados ao fim de cada ano, de forma vitalícia.

2 METODOLOGIA DO TRABALHO

O passivo atuarial relativo aos participantes do plano de benefícios será calculado estocasticamente, pois como as projeções atuariais utilizam grandes intervalos de tempo (50 anos, 75 anos, por exemplo), espera-se que ao longo do tempo haja mudanças nos níveis de mortalidade da população. Em outras palavras, os fluxos de benefícios futuros são incrementados (ou diminuídos) pelo crescimento (ou retração) da expectativa de vida da população. Assim, caso fosse utilizado um modelo determinístico para o cálculo do passivo atuarial a aleatoriedade deste fator não seria considerada. Ainda, como instrumento para medir a probabilidade de um indivíduo de idade x sobreviver à idade seguinte será utilizada a tábua de mortalidade BR-EMS – sb 2015, publicada na Circular SUSEP nº 515, de 03/07/2015. Para estimar o ganho de longevidade futuro, o Método de Lee-Carter será aplicado sobre a população utilizada pelo IBGE no estudo referente às Tábuas Completas de Mortalidade¹. Finalmente, os fluxos de caixa de cada participante serão estimados em um horizonte temporal de 50 anos e trazidos a valor presente por meio da estrutura a termo de taxa de juros de mercado (ETTJ)

¹ <https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/populacao/9126-tabuas-completas-de-mortalidade.html?edicao=18026&t=downloads>

usando a série de cupom de IPCA. A hipótese do estudo é que os pagamentos aos participantes são realizados ao fim de cada ano, de forma vitalícia.

3 MODELO ESTOCÁSTICO X MODELO DETERMINÍSTICO

O objetivo deste tópico é demonstrar a importância de, paralelamente ao cálculo determinístico de passivos atuariais, exigido pelos órgãos reguladores, realizar também o cálculo estocástico do passivo atuarial de planos de benefícios já que as variáveis incluídas nestes planos estão sujeitas a acontecimentos aleatórios que não podem ser controlados por seus gestores. Mais do que isso, como no cálculo atuarial são realizadas projeções para longos horizontes temporais é natural que neste intervalo de tempo ocorram mudanças que um modelo matemático baseado em premissas determinísticas seguramente não capturaria.

De acordo com a International Actuarial Association (IAA,2010), os modelos determinísticos possuem como objetivo o fornecimento de projeções baseadas apenas em um único conjunto de hipóteses escolhidas pelo interessado. Logo, tais modelos não incorporam a aleatoriedade que possa existir no processo. Dito de outra maneira, os modelos determinísticos fornecerão os mesmos resultados sempre que os mesmos dados de entrada forem utilizados.

Ainda de acordo com a IAA, um modelo estocástico é uma simplificação matemática de um processo, seja financeiro ou não, que envolve variáveis aleatórias cujo objetivo é simular uma distribuição de possíveis resultados que retrate os dados utilizados como entrada. Desta forma, estes modelos incorporam a incerteza existente no processo.

A maioria das simulações estocásticas, segundo Owen et al (2014), possui a mesma estrutura básica, qual seja:

- Identificar uma variável aleatória de interesse e escrever um programa para simulá-la.
- Gerar uma amostra de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com a mesma distribuição da variável aleatória de interesse.
- Estimar o valor esperado da variável aleatória de interesse usando sua média e avaliar a precisão da estimativa por meio de um intervalo de confiança.

Owen et al. (2014) completa dizendo que todas as variáveis aleatórias podem ser geradas pela manipulação de uma variável aleatória com Distribuição Uniforme (0,1).

4 RISCO AGREGADO E RISCO IDIOSINCRÁTICO

De acordo com o estudo “*Tábua completa de mortalidade para o Brasil – 2016*”², divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a expectativa de vida, ao nascer, da população brasileira do ano de 2016 em relação ao ano de 2015 aumentou em 3 meses e 11 dias, passando de 75,5 anos para 75,8 anos. Avaliando separadamente homens e mulheres, tem-se que, ao nascer, a expectativa de vida dos homens passou de 71,9 anos para 72,2 anos. Enquanto que a expectativa de vida, ao nascer, das mulheres passou de 79,1 anos para 79,4 anos. Estes dados demonstram a importância da mensuração do risco agregado (longevidade), que é quando os participantes de um plano de benefícios vivem, de forma geral, mais do que se espera. O risco de longevidade dos indivíduos foi conceituado por Stallard (2006) nas vertentes individual e coletiva. Na individual, como a sobrevivência de cada membro individualmente mais tempo do que o previsto. Já na vertente coletiva, define como um aumento na média do número de anos de sobrevivência de todos os membros da coletividade. Este risco afeta instituições que possuem passivos ligados à longevidade de seus clientes, como por exemplo: seguradoras, Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) de entes públicos, Regime Geral de Previdência Social (RGPS), instituições de previdência privada, entre outros. A aleatoriedade deste risco está relacionada ao tempo de vida futuro dos participantes, pois não se sabe se o indivíduo viverá mais ou menos do que a expectativa de vida da tábua de mortalidade usada na precificação, de forma que uma empresa/ente público pode ter que arcar com pagamentos de rendas por períodos superiores aos previstos. Este trabalho utilizará o Método de Lee-Carter como previsor do ganho de longevidade dos indivíduos, para assim

² Disponível em:

ftp://ftp.ibge.gov.br/Tabuas_Completas_de_Mortalidade/Tabuas_Completas_de_Mortalidade_2016/tabua_de_mortalidade_2016_analise.pdf

mensurar a evolução da probabilidade de morte/vida dos ao longo dos anos e, conseqüentemente, minimizar os impactos de eventuais desvios nos fluxos de benefícios futuros em relação à expectativa de vida.

No que tange ao risco idiossincrática, Mendonça et al (2012) o define como o risco específico da empresa, como a parcela de risco inerente a uma determinada ação. Adaptando o conceito para uma carteira de previdência, o risco idiossincrático é o risco que afeta cada indivíduo separadamente, isto é, quando um indivíduo vive mais do que se espera (Dushi et al, 2006).

5 ALEATORIEDADE APLICADA AO PASSIVO ATUARIAL

Na seção “*Metodologia do trabalho*” foram relacionados os fatores de risco inseridos no estudo em questão. São eles: risco de longevidade e risco de taxa de juros, representado pela Estrutura a Termo de Taxa de Juros de cupom de IPCA.

A partir do conhecimento dos fatores de risco, que são as variáveis cujos acontecimentos podem afetar positiva ou negativamente os fluxos de benefícios futuros, pode-se realizar a modelagem a fim de estimar seus possíveis resultados.

Para a data-base inicial do estudo são conhecidos os benefícios referentes a cada participante. Após esta data será utilizada simulação para obter os fluxos de benefícios futuros com base nos fatores de risco identificados. De forma a ter o suporte teórico da Lei dos Grandes Números e conseguir resultados consistentes, uma quantidade elevada de simulações será realizada.

5.1 Estrutura a Termo de Taxa de Juros (ETTJ)

O passado da economia brasileira demonstra que as taxas de juros nacionais são bastante voláteis, de forma que adotar taxas fixas para calcular o valor presente de fluxos de caixa pode acarretar em resultados não condizentes com a realidade, pois caso seja utilizado um valor alto para a taxa de juros o valor presente dos fluxos de benefícios futuros será subestimado. Este estudo calcula o valor presente dos fluxos de benefícios futuros por meio da ETTJ publicada

no site da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais³. A ETTJ pode ser definida como a relação entre taxas de juros de títulos de renda fixa de mesma qualidade creditícia, mas com diferentes prazos de vencimento⁴.

5.2 Passivo atuarial

O mercado de previdência nacional estrutura os planos de benefícios, basicamente, em três tipos⁵: Contribuição definida (CD), Contribuição variável (CV) e Benefício Definido (BD).

Nos planos CD é estabelecido um valor de contribuição a ser pago pelo participante e, com base no montante de recursos acumulados durante o período contributivo, apura-se o valor a ser recebido a título de benefício pelo participante quando de sua aposentadoria. Nos planos BD o participante já sabe o valor do benefício a ser recebido quando da sua aposentadoria. Por fim, os planos CV são uma mescla entre os planos BD e CD.

O presente trabalho baseia-se em uma carteira fictícia de previdência com 1.000 membros, todos em gozo de benefício. As hipóteses subjacentes são a não entrada de novos membros na carteira e a realização do pagamento dos benefícios aos participantes apenas ao término de cada ano.

Os fluxos de benefícios futuros serão estimados por um período de 50 anos e, a cada ano, será simulado se o participante em gozo de benefício permanecerá vivo até o ano subsequente. Caso o participante permaneça vivo a renda relativa a este indivíduo será trazida a valor presente por meio da ETTJ. O fluxo total de benefícios é dado pela soma dos valores presentes das rendas recebidas. Conforme exposto por Duarte (2016), esta modelagem pode ser feita usando uma variável *dummy* ($D_{i,a}$) para cada indivíduo (i) e para cada ano (a). Assim, se esta variável assumir o valor 0, significa que o indivíduo i está vivo no tempo a . Caso o valor assumido pela variável seja 1, significa que o indivíduo i morreu no tempo a .

³ <http://www.anbima.com.br>

⁴ Disponível em: http://www.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0412251_06_cap_02.pdf

⁵ <http://www.previc.gov.br/a-previdencia-complementar-fechada/sobre-o-setor>

Consequentemente, o valor a ser recebido por i no tempo a é dado por $beneficio_{i,a} = renda_i \times (1 - D_{i,a})$ e seu valor esperado é escrito como

$$E(beneficio_{i,a}) = renda_i \times (1 - q_{x_i,a}).$$

Onde $q_{x_i,a}$ representa a probabilidade do indivíduo i , de idade x , não sobreviver ao ano $a + 1$, cujo valor pode ser obtido por meio da tábua BR-EMS.

Considerando o número total de participantes como N , tem-se que o valor esperado a ser dispendido com os participantes vivos no tempo a é dado por

$$E(beneficio_{N,a}) = \sum_{i=1}^N renda_i \times (1 - D_{i,a})$$

Entretanto, como a estimativa dos fluxos de caixa é realizada no ano inicial a_0 , faz-se necessário utilizar a probabilidade do indivíduo i , de idade x , sobreviver a anos dado que estava vivo no tempo inicial $(p_{x_i,a_0:x_i,a})$.

Onde $P_{x_i,a_0:x_i,a}$ é calculado como $p_{x_i,a_0} \times p_{x_i,a_1} \times \dots \times p_{x_i,a} = \prod_{j=a_0}^a p_{x_i,j}$ e $p_{x_i,a}$ representa a probabilidade do indivíduo i , de idade x , sobreviver ao ano $a + 1$. Sendo calculado como $1 - q_{x_i,a}$.

E o valor esperado total a ser dispendido com os N participantes é dado por

$$E(beneficio_{N,a} | t = a_0) = \sum_{i=1}^N renda_i \times p_{x_i,a_0:x_i,a}$$

5.3 Método de Lee-Carter

O aumento da expectativa de vida da população é um dos fatores de risco que impactam no volume de compromissos futuros de uma entidade que opera com produtos relacionados à sobrevivência humana (fundos de pensão, seguradores, entre outros). Por estar relacionado à sobrevivência, este fator de risco também é conhecido como risco de longevidade. Conforme exposto por Pitacco (2007), há dados que demonstram uma redução do nível de mortalidade da

população em várias partes do mundo. De forma a medir esta redução, alguns métodos foram criados, entre eles o método proposto em 1992, por Ronald Lee e Lawrence Carter⁶. O método de Lee-Carter para previsão das taxas de mortalidade utiliza a análise de componentes principais para decompor a matriz idade-tempo do log da taxa central de mortalidade em uma combinação linear da idade e do parâmetro tempo, que é utilizado na previsão (Charpentier, 2015). Cabe ressaltar que o método de Lee-Carter não considera no cálculo da sobrevivência futura nem a evolução da medicina nem qualquer outro fator que possa impactá-la positivamente, mas olha tão somente para o padrão de mortalidade histórico da população (Lee e Carter, 1992). O modelo proposto possui a forma $\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}$.

Onde $m_{x,t}$ representa a taxa central de mortalidade para a idade x no ano t , a_x representa como o logaritmo da média das taxas de mortalidade ao longo dos anos afeta cada idade, b_x representa a primeira componente principal, que reflete a mudança relativa na taxa de mortalidade em cada idade, k_t indica como o decorrer do tempo é refletido na taxa de mortalidade e $\varepsilon_{x,t}$ é o erro do modelo, normalmente distribuído com média zero e variância constante $-\varepsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma^2)$, que inclui as influências que o modelo não captura. Ainda, como Lee e Carter (1992) utilizaram o Método de Decomposição em Valores Singulares para estimar o modelo acima exposto, os autores impuseram as seguintes restrições aos parâmetros k_t e b_x

$$\sum_{x=x_1}^{x_p} b_x = 1 \text{ e } \sum_{t=1}^n k_t = 0$$

⁶ Lee, Ronald D.; Carter, Lawrence R. Modeling and forecasting US mortality. *Journal of the American Statistical Association*, v. 87, n. 419, p. 659-671, 1992.

Seguem abaixo os gráficos resultantes da estimação dos parâmetros a_x e b_x .

Figura 1: Valor estimado para o a_x

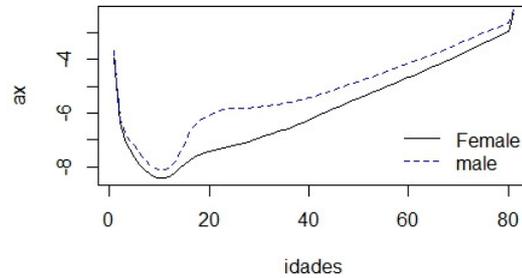
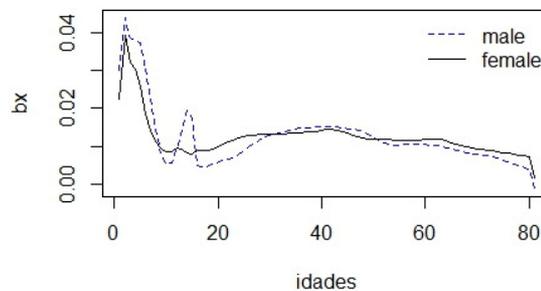


Figura 2: Valor estimado para o b_x



Após a estimação de a_x , b_x e k_t , reestima-se o k_t , de forma a ajustá-lo à estrutura etária da população e para que a_x e b_x se ajustem ao número de mortes observados à distribuição etária (Silva, 2010). Este ajuste realizado dá mais peso às altas taxas, contrabalançando, assim, aproximadamente, o efeito de usar uma transformação logarítmica das taxas de mortalidade (Charpentier, 2015). O k_t ajustado é então extrapolado usando um modelo ARIMA. É de se notar que no trabalho de Lee e Carter (1992) foi usado o modelo do passeio aleatório com drift, que pode ser escrito como

$$k_t = k_{t-1} + d + e_t$$

onde d representa o drift e mede a mudança anual média na série e e_t representa o erro não correlacionado. Desta forma, com os valores previstos de k_t pode-se escrever o fator de *improvement* conforme exposto em Duarte (2016) como

$$FI(x, t) = \exp(b_x(k_t - k_0))$$

E a probabilidade de morte, incluindo o *improvement*, é dada por

$$q_{x,t} = q_{x,0}FI(x,t)$$

em que a probabilidade de morte de um indivíduo de idade x no tempo inicial, definido neste trabalho como o ano de 2015 por ser o ano de atualização da tábua BR-EMS, é representada por $q_{x,0}$.

A tabela abaixo mostra um excerto do resultado da aplicação do *improvement* obtido por meio do método de Lee-Carter na tábua BR-EMS (feminina) até o ano de 2065 (50 anos de projeção). Nota-se que, por meio da incorporação do ganho de longevidade, a tábua abaixo apresenta menores probabilidades de morte se comparada com a BR-EMSsb-2015-f original.

Tabela 1: BR-EMSsb-2015-f com *improvement*

Idade	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
0	0,00034380	0,00032717	0,00031134	0,00029627	0,00028194	0,00026830	0,00025531	0,00024296
1	0,00015270	0,00014005	0,00012844	0,00011780	0,00010804	0,00009908	0,00009087	0,00008334
2	0,00011590	0,00010799	0,00010063	0,00009376	0,00008737	0,00008141	0,00007585	0,00007068
3	0,00007910	0,00007396	0,00006915	0,00006465	0,00006045	0,00005651	0,00005284	0,00004940
4	0,00005760	0,00005443	0,00005143	0,00004859	0,00004591	0,00004338	0,00004099	0,00003873
5	0,00004940	0,00004744	0,00004556	0,00004375	0,00004202	0,00004035	0,00003875	0,00003722
6	0,00004710	0,00004564	0,00004422	0,00004285	0,00004152	0,00004023	0,00003898	0,00003777
7	0,00004750	0,00004635	0,00004522	0,00004412	0,00004305	0,00004201	0,00004099	0,00003999
8	0,00004960	0,00004858	0,00004759	0,00004661	0,00004566	0,00004472	0,00004380	0,00004290
9	0,00005260	0,00005161	0,00005064	0,00004968	0,00004875	0,00004783	0,00004693	0,00004604
10	0,00005650	0,00005544	0,00005441	0,00005339	0,00005240	0,00005142	0,00005046	0,00004951
11	0,00006100	0,00005971	0,00005845	0,00005721	0,00005600	0,00005481	0,00005365	0,00005252
12	0,00006640	0,00006508	0,00006378	0,00006251	0,00006126	0,00006004	0,00005884	0,00005767
13	0,00007310	0,00007180	0,00007052	0,00006926	0,00006802	0,00006681	0,00006562	0,00006445
14	0,00008250	0,00008105	0,00007963	0,00007823	0,00007686	0,00007551	0,00007419	0,00007288
15	0,00009680	0,00009494	0,00009312	0,00009134	0,00008959	0,00008787	0,00008618	0,00008453
16	0,00012200	0,00011965	0,00011735	0,00011509	0,00011288	0,00011070	0,00010857	0,00010648
17	0,00014280	0,00014006	0,00013737	0,00013473	0,00013214	0,00012960	0,00012711	0,00012467
18	0,00017080	0,00016738	0,00016402	0,00016074	0,00015751	0,00015436	0,00015126	0,00014823
19	0,00020350	0,00019913	0,00019484	0,00019066	0,00018656	0,00018255	0,00017862	0,00017478
20	0,00023130	0,00022596	0,00022075	0,00021566	0,00021068	0,00020582	0,00020107	0,00019643
21	0,00025200	0,00024591	0,00023997	0,00023418	0,00022852	0,00022300	0,00021762	0,00021236
22	0,00027260	0,00026569	0,00025896	0,00025240	0,00024601	0,00023978	0,00023371	0,00022779
23	0,00028700	0,00027947	0,00027214	0,00026499	0,00025804	0,00025127	0,00024468	0,00023826
24	0,00028720	0,00027946	0,00027192	0,00026459	0,00025746	0,00025052	0,00024377	0,00023720
25	0,00028830	0,00028030	0,00027253	0,00026497	0,00025762	0,00025047	0,00024352	0,00023677
26	0,00028950	0,00028130	0,00027334	0,00026560	0,00025807	0,00025077	0,00024366	0,00023676
27	0,00029780	0,00028923	0,00028091	0,00027282	0,00026497	0,00025734	0,00024994	0,00024275
28	0,00031440	0,00030530	0,00029647	0,00028789	0,00027956	0,00027147	0,00026361	0,00025598
29	0,00033360	0,00032395	0,00031458	0,00030548	0,00029664	0,00028806	0,00027973	0,00027163
30	0,00034800	0,00033800	0,00032829	0,00031886	0,00030970	0,00030080	0,00029216	0,00028377

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Todos os 1000 registros da carteira fictícia em estudo são relativos ao sexo feminino, razão pela qual a tábua utilizada é a BR-EMSsb–2015–f. A tabela abaixo destaca algumas características da carteira em estudo.

Tabela 2: Características da carteira

Número de registros	1000
Idade média	64 anos
Idade mediana	65 anos
Idade máxima	88 anos
Idade mínima	22 anos
Desvio padrão (idade)	13,8 anos
Remuneração média	R\$ 6.016,86
Remuneração mediana	R\$ 5.129,35
Remuneração máxima	R\$ 14.072,91
Remuneração mínima	R\$ 955,00
Desvio padrão (remuneração)	R\$ 3.980,02

De forma a obter o passivo atuarial foram realizadas 5.000 simulações para cada indivíduo da carteira e, a cada simulação, foi avaliada a probabilidade de morte dos indivíduos com base em uma distribuição Bernoulli cujo parâmetro é baseado na tábua BR-EMSsb–2015–f com *improvement*. Por fim, os fluxos de caixa relativos a cada ano foram trazidos a valor presente por meio da ETTJ de Cupom de IPCA. A tabela abaixo é um fragmento, até o ano de 2035, dos fluxos de benefícios anuais.

Tabela 3: Fluxos de benefícios anuais

Ano	Valor presente
2016	5.553.059,48
2017	4.995.647,59
2018	4.763.817,73
2019	4.708.474,65
2020	4.684.558,11
2021	4.666.562,03
2022	4.652.516,24
2023	4.558.490,86
2024	4.471.730,90
2025	4.381.887,35
2026	4.296.332,55
2027	4.211.699,97
2028	4.114.623,88
2029	4.042.015,60
2030	3.966.871,21
2031	3.881.433,54
2032	3.819.375,80
2033	3.745.409,21
2034	3.686.132,62
2035	3.644.465,63

Em 28 de março de 2006 foi publicada a Resolução⁷ n° 18, do Conselho de Gestão de Previdência Complementar (CGPC), que estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar, além de dar outras providências (posteriormente alterada pela Instrução PREVIC N° 19, de 5 de Fevereiro de 2015). A aludida norma estabelecia 6% ao ano (ou a sua equivalente mensal) como a taxa máxima real de juros admitida nas projeções atuariais de plano de benefícios. A título de comparação, caso o presente trabalho adotasse 6% ao ano como taxa de juros ao invés da utilização da ETTJ, o valor presente dos compromissos futuros totalizaria R\$ 73.473.959,26. Valor bem abaixo do obtido por meio da ETTJ, que foi de R\$ 186.705.821,50.

7 CONCLUSÃO

Com o aumento da expectativa de vida de população, faz-se necessário dispor de instrumentos que possam quantificá-la. Neste íterim, o presente estudo buscou estimar o ganho de longevidade (*improvement*) usando como ferramenta o método de Lee-Carter. Após o

⁷ http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/3_081014-110807-789.pdf

cálculo dos fatores de *improvement* foi gerada uma nova tábua de mortalidade, que considera o ganho de longevidade obtido para cada idade. Desta forma, busca-se aumentar a confiabilidade nas projeções atuariais realizadas e diminuir a probabilidade de ocorrência de grandes desvios em relação ao tempo total real em que indivíduos de uma carteira de previdência perceberão renda. Dito de outra forma, busca-se evitar o risco de ocorrência de descasamento entre a mortalidade futura calculada estimada pela entidade de previdência e a mortalidade real observada no plano de benefícios. Adicionalmente, com o intuito de obter uma estimativa mais realista para o valor presente dos compromissos futuros, foi utilizada a Estrutura a Termo de Taxa de Juros de Cupom de IPCA, publicada no site da ANBIMA, em detrimento de uma taxa anual de juros fixa. Finalmente, para fins de comparação, foi calculado o valor presente dos benefícios futuros com base na taxa máxima real de juros admitida nas projeções atuariais de plano de benefícios (Resolução CGPC nº 18 de 2006), que é de 6% a.a. O resultado demonstra que o atuário deve ter cautela ao utilizar taxas fixas para o cálculo do valor presente de compromissos futuros, uma vez que o montante obtido por meio da ETTJ foi de R\$ 186.705.821,50 e o valor obtido com base na taxa de juros máxima permitida pela norma legal foi de R\$ 73.473.959,26. Cabe ressaltar que a base de dados utilizada possuía 1000 membros. Normalmente, as instituições de previdência possuem milhares (ou dezenas de milhares) de participantes. Assim, o impacto nestas organizações seria bem mais elevado. Portanto, resta clara a importância de se quantificar tanto risco de longevidade como a correção estrutura de taxas de juros a ser utilizada para o cálculo do valor presente dos compromissos futuros de uma empresa de forma a não comprometer sua solvência.

REFERÊNCIAS

Charpentier, Arthur. **Computational Actuarial Science with R**. Chapman & Hall/CRC. The R Series, 2015.

Duarte, Thiago Barata. **Alocação tática de ativos para empresas de previdência complementar via programação estocástica multiestágio**. Rio de Janeiro: ENS-CPES, 2016.

Dushi, Irena; Friedberg, Leora; Webb, Anthony. **The Impact of Aggregate Mortality Risk on Defined Benefit Pension Plan**. Center for Retirement Research at Boston College. WorkingPapers, 2006.

Ferreira, Paulo Pereira. **Modelos de precificação e ruína para seguros de curto prazo**. Rio de Janeiro: Funenseg, 2005.

Ferreira, Paulo Pereira; Mano, Cristina Catanhede Amarante Mano. **Aspectos atuariais e contábeis das provisões técnicas**. Rio de Janeiro: Funenseg, 2009.

International Actuarial Association. **Stochastic Modeling: Theory and Reality from an Actuarial Perspective**. 2nd print. Association Actuarielle Internationale, 2010.

Jones, Owen; Maillardet, Robert; Robinson, Andrew. **Introduction to Scientific Programming and Simulation Using R**. 2nd edition, Chapman & Hall/CRC. The R Series, 2014.

Jordan, Chester Wallace. **Life Contingencies**. 2nd Edition. The Society of Actuaries, 1975.

Lee, Ronald D.; Carter, Lawrence R. **Modeling and forecasting US mortality**. Journal of the American Statistical Association, v. 87, n. 419, p. 659-671, 1992.

Mendonça, F. P. et al. **A Relação entre Risco Idiossincrático e Retorno no Mercado Acionário Brasileiro/The Relationship between Idiosyncratic Risk and Returns in the Brazilian Stock Market**. Revista Contabilidade & Finanças, 2012.

Pitacco, Ermanno. **Mortality and longevity: a risk management perspective**. Disponível em: < <http://www.actuaries.org/LIFE/Events/stockholm/pitacco.pdf>>. Acesso em: 22 de julho de 2008.

Resolução CGPC nº 18, de 28 de março de 2006. Ministério da Previdência Social, Conselho de Gestão de Previdência Complementar. Estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências. Disponível em: <http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/3_081014-110807-789.pdf>. Acesso em 26/07/2018.

Stallard, Eric. **Demographic Issues in Longevity Risk Analysis**. The Journal of Risk and Insurance, v. 73, n. 4, 575-609, 2006.

Silva, Fabiana Lopes da. **Impacto do risco de longevidade em planos de previdência complementar**. 2010. Tese (Doutorado em Ciências Contábeis) – Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo.

Superintendência de Seguros Privados. Circular SUSEP nº 515, de 03 de julho de 2015. Dispõe sobre a aprovação dos critérios de elaboração e atualização das tábuas biométricas BR-EMSsb-V.2015-m, BR-EMSmtV.2015-m, BR-EMSsb-V.2015-f e BREMSmt-V.2015-f Disponível em: < <http://www2.susep.gov.br/bibliotecaweb/biblioteca.aspx> >. Acesso em: 17/07/2018.